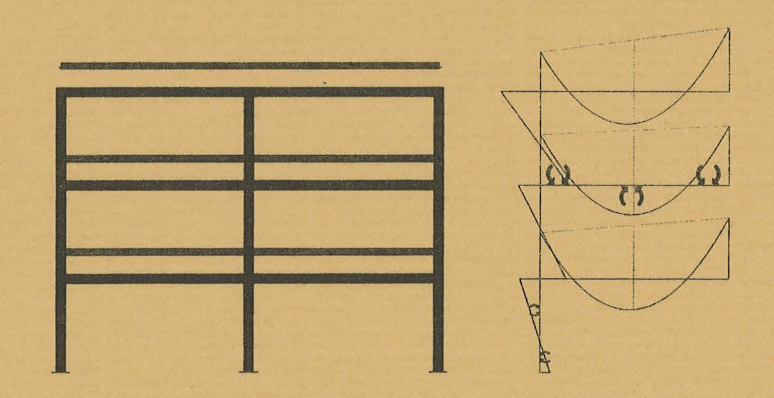
ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS: EJERCICIOS DE CURSO

por

JOSÉ IGNACIO HERNANDO GARCÍA
SANTIAGO HUERTA FERNÁNDEZ
JESÚS ORTIZ HERRERA
LUIS VEGA CATALÁN

[1-41-03]



CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE
ARQUITECTURA
DE MADRID*

ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS: EJERCICIOS DE CURSO

por

José Ignacio Hernando García

Santiago Huerta Fernández

Jesús Ortiz Herrera

Luis Vega Catalán

[1-41-03]

CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE*
ARQUITECTURA
DE MADRID

CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA

0 VARIOS
1 ESTRUCTURAS
2 CONSTRUCCIÓN
3 FÍSICA Y MATEMÁTICAS
4 TEORÍA
5 GEOMETRÍA Y DIBUJO
6 PROYECTOS
7 URBANISMO
8 RESTAURACIÓN

NUEVA NUMERACIÓN

1 Área
41 Autor
03 Ordinal de cuaderno (del autor)

Análisis de estructuras: Ejercicios de curso

Instituto Juan de Herrera.
Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
Composición y maquetación: Daniel Álvarez Morcillo.
CUADERNO 113.01/ 1-41-03
ISBN: 84-9728-002-4
Depósito Legal: M-38403-2001

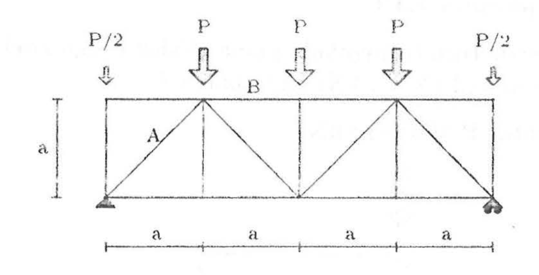
Capítulo 1

Estructuras planas trianguladas

Ejercicio 1.1

La estructura de la figura está formada por barras articuladas en los nudos. Para el estado de cargas indicado, se pide: 1. Valor y signo de las reacciones 2. Valor y signo de los esfuerzos axiles en las barras A y B.

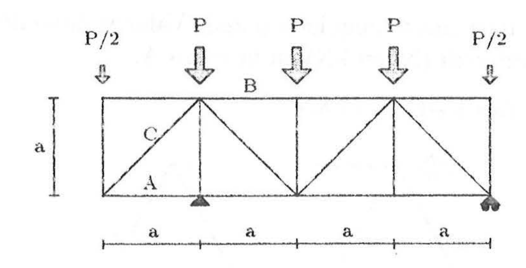
Datos: P=(15+Y) kN, a=2m



Ejercicio 1.2

La estructura de la figura está formada por barras articuladas en los nudos. Para el estado de cargas indicado, se pide: 1. Valor y signo de las reacciones 2. Valor y signo de los esfuerzos axiles en las barras A, B y C.

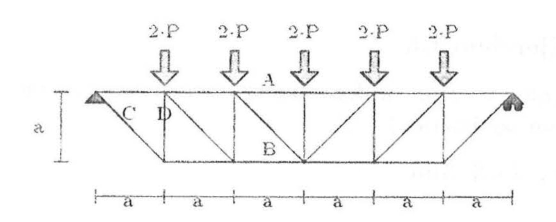
Datos: P=(15+Y) kN, a=2m



Ejercicio 1.3

Estructura plana formada por barras articuladas en los nudos. Para el estado de cargas indicado, se pide: 1. Valor y signo de las reacciones. 2. Valor y signo de los esfuerzos axiles en las barras A, B, C y D.

Datos: P=(15+Y) kN, a=2m



Ejercicio 1.4

Completar el dibujo de la estructura articulada plana de la figura, con dos nudos "a" y "b" y dos apoyos fijos, de manera que:

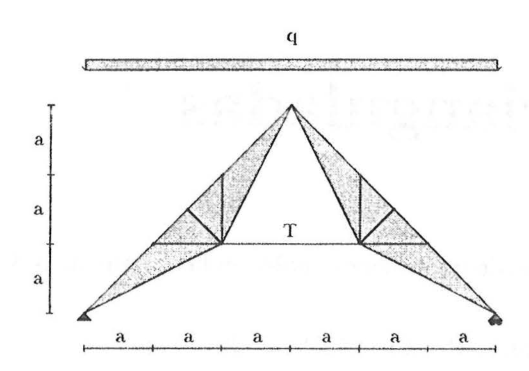
Para X	Sea
0,1,2,3	isostática
4,5,6	hiperestática
7,8,9	mecanismo

Justificar claramente la respuesta.

Ejercicio 1.5

Estructura compuesta por dos sólidos rígidos unidos por una articulación y una barra T. La carga q está repartida uniformemente en proyección horizontal. Se pide: Valor y signo de las reacciones y del esfuerzo en la barra T.

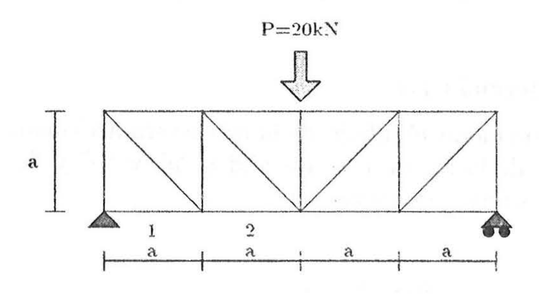
Datos: q=(10+Y) kN/m, a=5m



Ejercicio 1.6

Valor y signo de los esfuerzos normales (N, en kN) en las barras 1 y 2.

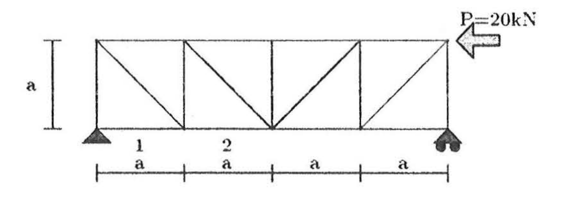
a=(1+X/5)m.



Ejercicio 1.7

Valor y signo de los esfuerzos normales (N, en kN) en las barras 1 y 2.

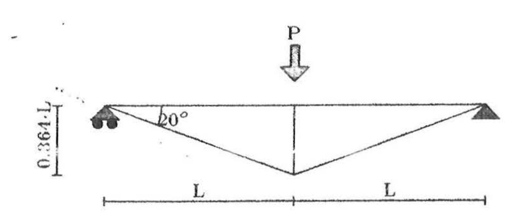
a=(1+X/5)m.



Ejercicio 1.8

Calcular los esfuerzos (N, en kN) de las barras de la estructura triangulada de la figura.

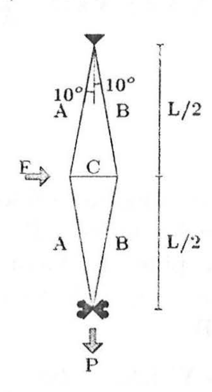
L=5+(X/4) m, P=20+Y kN



Ejercicio 1.9

Calcular el peso P (en kN) estricto para que no se compriman los tensores de la estructura de la figura (N=0 en A)

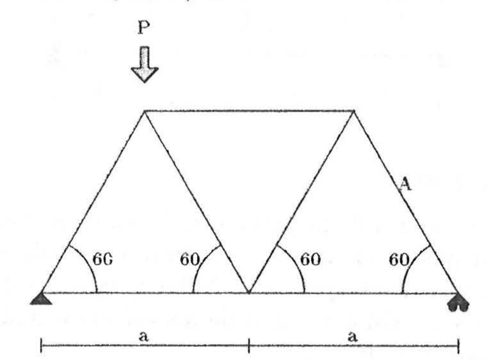
L=5+(Y/4) m; F=20+Z kN.



Ejercicio 1.10

Estructura triangulada plana. Valor y signo del esfuerzo axil (N, en kN) en la barra A.

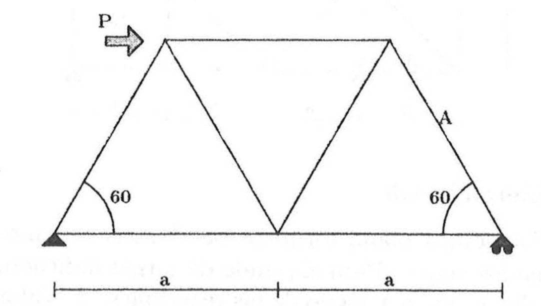
Datos P=(10+Y) kN



Ejercicio 1.11

Estructura triangulada plana. Valor y signo del esfuerzo axil (N, en kN) en la barra A.

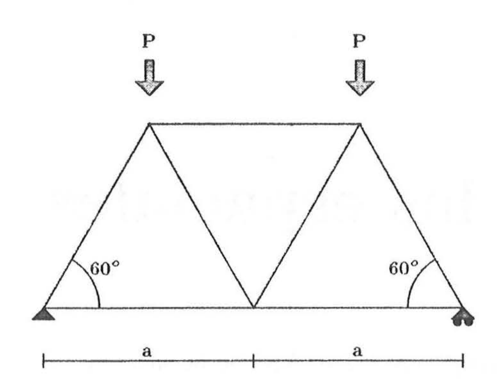
Datos P=(10+Y) kN



Ejercicio 1.12

Calcular las reacciones y los axiles de todas las barras de la estructura de la figura

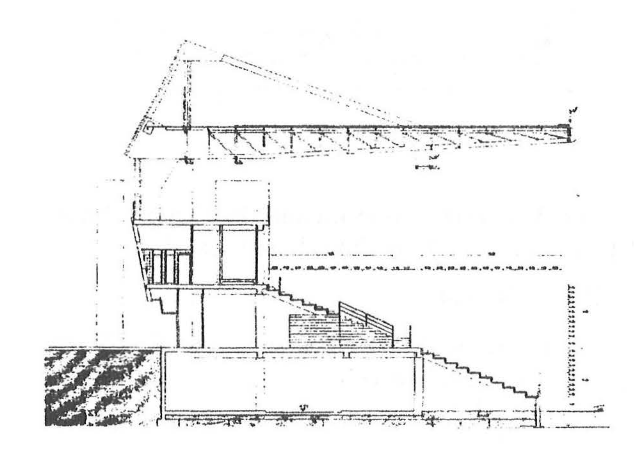
Datos: P=(10+Y) kN, a=4m,



Ejercicio 1.13

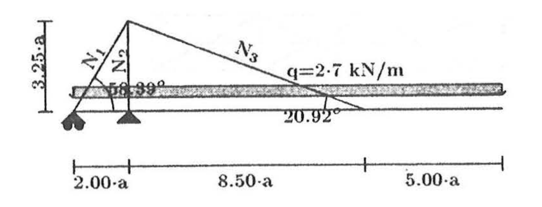
Reacciones de la estructura (real) de la cubierta de la figura.

a=(2-Y/45)m; q=2 kN/m^2 (medida en proyección horizontal); separación entre pórticos 7m.



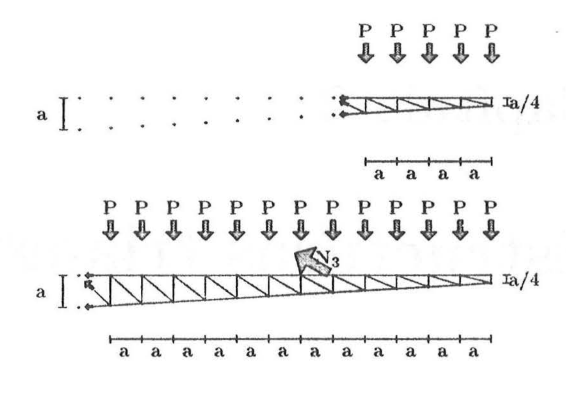
Ejercicio 1.14

Valor y signo de los esfuerzos normales (N, en kN), en las barras indicadas:



Ejercicio 1.15

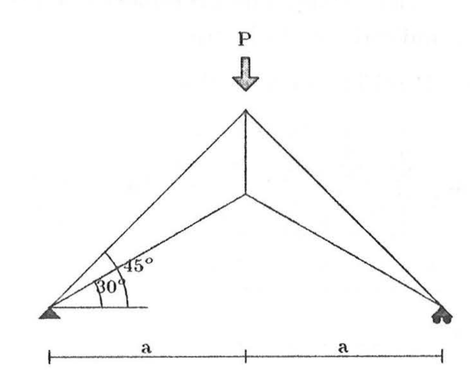
Valor y signo de los esfuerzos normales (N, en kN), en las barras indicadas:



Ejercicio 1.16

Calcular las reacciones y los axiles de todas las barras de la estructura que se representa

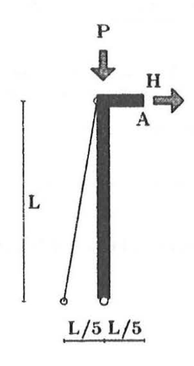
Datos: P=(10+Y) kN, a=5m,



Ejercicio 1.17

Calcular las reacciones y los axiles de todas las barras de la estructura de la figura

Datos: P=100 kN, H=1 kN, L=$\frac{40+Z}{5}$m,



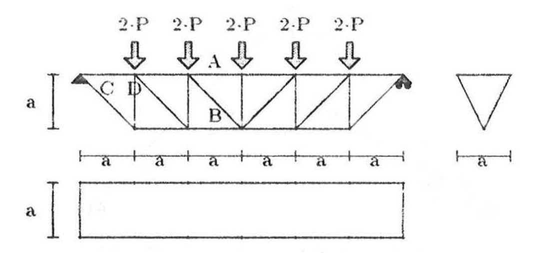
Capítulo 2

Estructuras trianguladas espaciales

Ejercicio 2.1

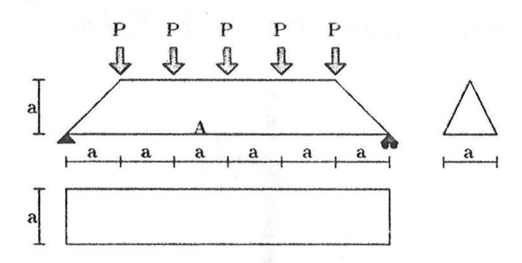
Estructura espacial formada por barras articuladas en los nudos. Para el estado de cargas indicado, se pide: 1. Completar la triangulación de la cara superior 2. Valor y signo de los esfuerzos axiles en las barras indicadas en la figura.

Datos: P=(15+Y) kN, a=2m



Ejercicio 2.2

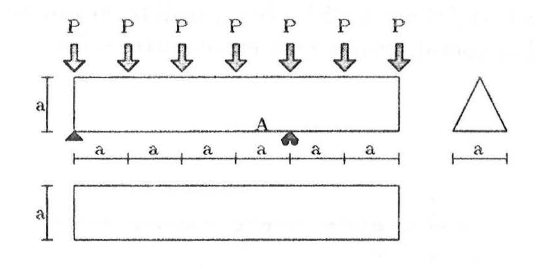
Estructura espacial formada por barras articuladas en los nudos: completar razonadamente la triangulación de las caras laterales e inferior.



Para la misma estructura anterior: Valor y signo del esfuerzo axil (N, en kN) de la barra A

Ejercicio 2.3

Estructura espacial formada por barras articuladas en los nudos: completar razonadamente la triangulación de las caras laterales e inferior.

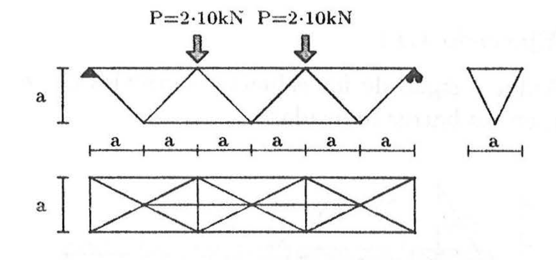


Para la misma estructura anterior: Valor y signo del esfuerzo axil (N, en kN) de la barra A

Ejercicio 2.4

Valor y signo de los esfuerzos normales (N, en kN), de todas las barras.

a=(1+X/5)m; E=210kN/mm^2; A=2000 mm^2



Capítulo 3

Cálculo de deformaciones de estructuras trianguladas de barras

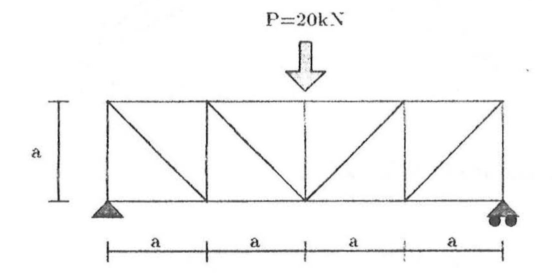
Ejercicio 3.1

Estructura formada por barras articuladas en los nudos. Para el estado de cargas indicado, se pide:

Calcular el desplazamiento horizontal (u, en mm) del apoyo derecho. $1^{*}\cdot u=\sum \frac{N^{*}NL}{EA}$.

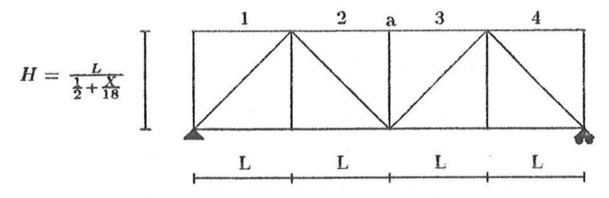
Calcular el desplazamiento vertical (v, en mm) del nudo en el cual se aplica la carga

a=(1+X/5)m; E=210kN/mm^2; A=2000 mm^2



Ejercicio 3.2

Detallar el proceso de cálculo de la flecha (v) que se produce en el nudo "a" como resultado de un alargamiento térmico $\Delta L=25\cdot 10^{-5}\cdot L$ de las barras del cordón inferior. Se aplicará el Principio del Trabajo Virtual (Teorema de la Carga Unidad).

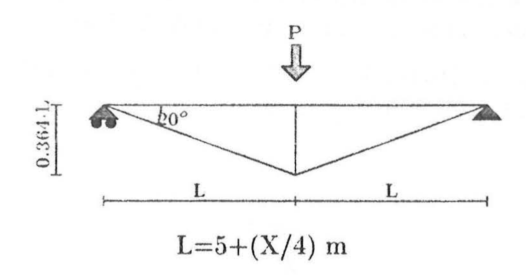


Ejercicio 3.3

Calcular el desplazamiento vertical (v, en mm) del nudo donde se aplica la carga. $1^{*}\cdot v=\sum \frac{N^{*}NL}{EA}$.

Calcular el desplazamiento horizontal del apoyo izquierdo (u, en mm)

L=5+(X/4) m, P=20+Y kN; EA=cte=400000 kN

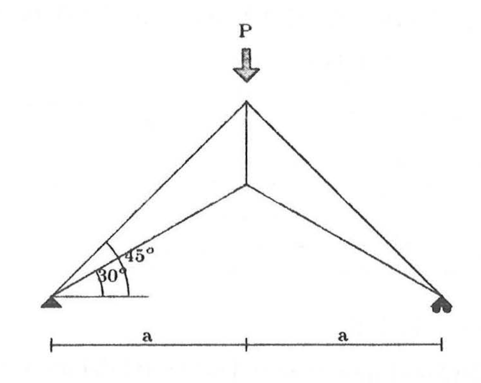


L=5+(X/4) m

Ejercicio 3.4

La estructura de la figura está formada por barras articuladas en los nudos. Se pide valor y signo del movimiento horizontal del apoyo derecho. Desplazamiento vertical (v, en mm) del nudo sobre el cual se aplica la carga

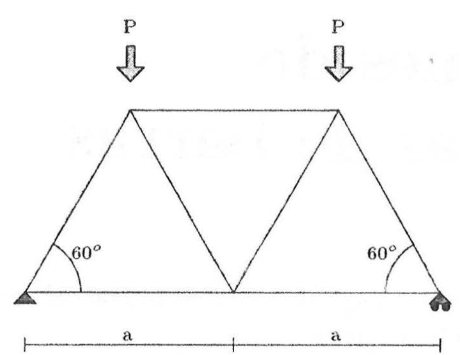
Datos: P=(10+Y) kN, a=5m, E=210000 N/mm^2



Ejercicio 3.5

Armadura de madera. Su forma y apoyos se han idealizado como se indica en la figura. Los maderos tienen todos la misma escuadría de 0.300x0.300 (m). Se pide el valor y signo del movimiento vertical del nudo central del cordón inferior.

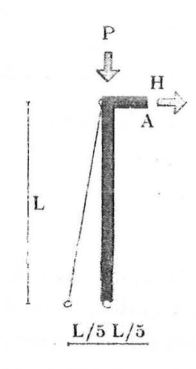
Datos: P=(10+Y) kN, a=4m, E=20000 N/mm^2.



Ejercicio 3.6

Obtener el desplazamiento horizontal (u, en mm) del punto A de la estructura de la figura.

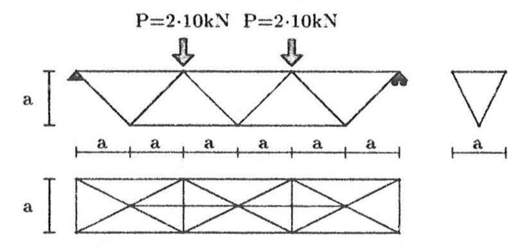
Datos: P=100 kN, H=1 kN, L=$\frac{40+Z}{5}$m, Biela: EA=100000 kN, Pilar: EI→ ∞



Ejercicio 3.7

Valor y signo de los esfuerzos normales (N, en kN), de todas las barras. Desplazamiento vertical del nudo central del cordón inferior.

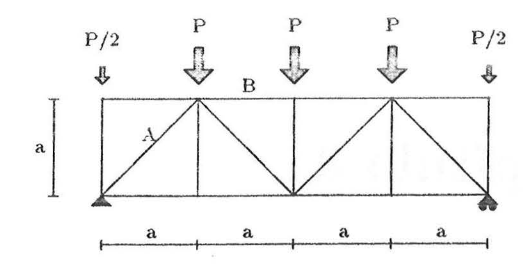
a=(1+X/5)m; E=210kN/mm^2; A=2000 mm^2



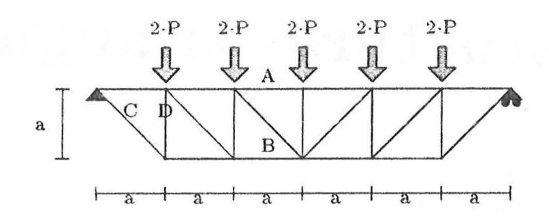
Ejercicio 3.8

Calcular el movimiento horizontal del apoyo derecho y el vertical del nudo central o del extremo del voladizo de las estructuras que siguen (EA=cte)

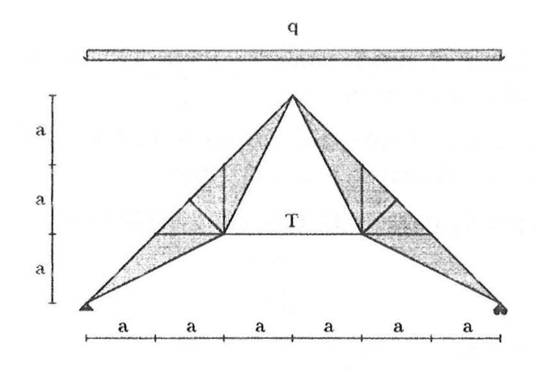
Datos: P=(15+Y) kN, a=2m



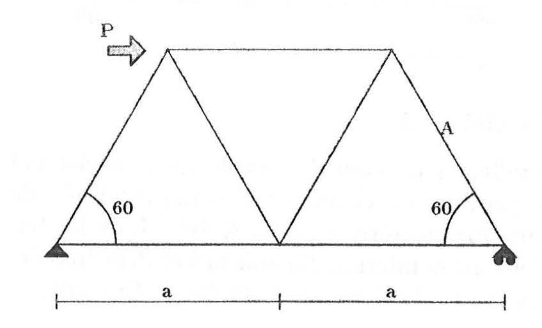
Datos: P=(15+Y) kN, a=2m



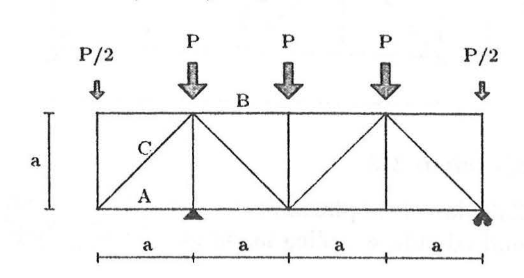
Datos: q=(10+Y) kN/m, a=5m



Datos P=(10+Y) kN



Datos: P=(15+Y) kN, a=2m



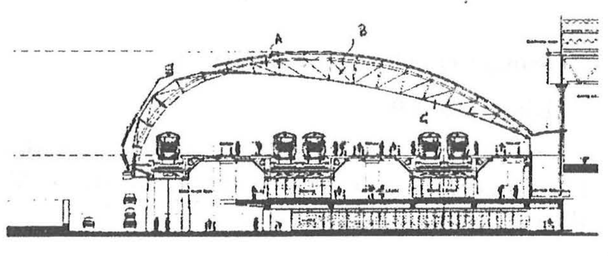
Capítulo 4

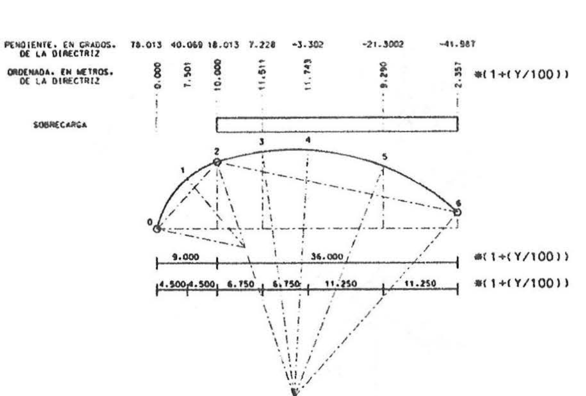
Teoría de arcos

Ejercicio 4.1

Estructura principal de la International Rail Terminal (Londres, 1988, Nicholas Grimshaw and Partners). Se pide: 1 Valor y signo de las reacciones. 2 Valor y signo del momento flector, del esfuerzo cortante y del axil en la sección 1. 3 Dibujar la línea de empujes. 4 Dibujar la gráfica de momentos flectores.

q=(7+X) kN/m

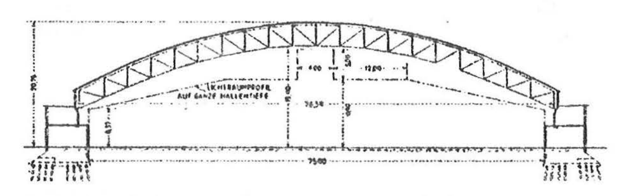




Ejercicio 4.2

Estructura principal del Primer hangar del aeropuerto de Zurich en Kloten. Dimensiones generales 78 m de luz y 14.6 m de altura; la rotula está situada a 15 m del apoyo derecho y a una cota de 9.6 m. Se pide: Valor y signo de las recciones.

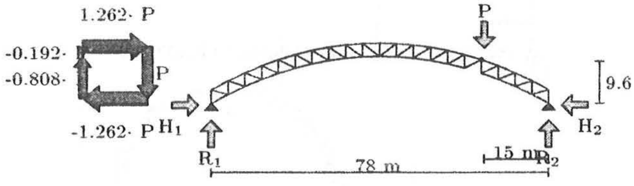
Datos: q_1=20 kN/m.



Ejercicio 4.3

Variación sobre la estructura principal del primer hangar del aeropuerto de Zurich en Kloten.

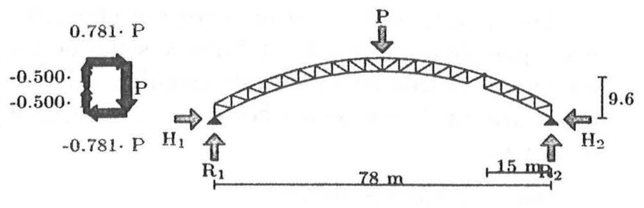
Para la carga indicada, se pide: 1. Dibujar sobre el esquema la línea de presiones/empujes 2. Sobre la base anterior, acotar aproximadamente la zona presumiblemente más solicitada para la acción indicada.



Ejercicio 4.4

Variación sobre la estructura principal del primer hangar del aeropuerto de Zurich en Kloten.

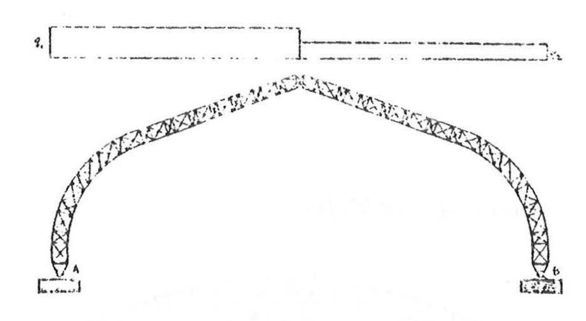
Para la carga indicada, se pide: 1. Dibujar sobre el esquema la línea de presiones/empujes 2. Sobre la base anterior, acotar aproximadamente la zona presumiblemente más solicitada para la acción indicada.



Ejercicio 4.5

Estructura principal de la Galería de Máquinas (París, Exposición Universal de 1889). Dimensiones generales 111 m de luz y 46 m de altura. Se pide: Valor y signo de las reacciones.

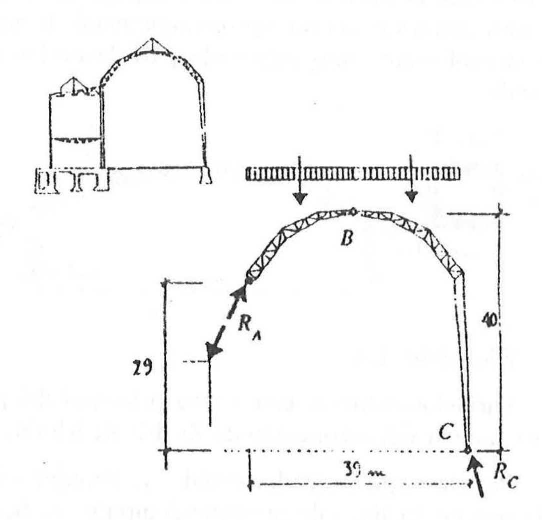
Datos: q_1=20 kN/m, q_2=10 kN/m .



Ejercicio 4.6

Esquema de la estructura principal de la Fábrica AEG proyectada por Peter Behrens en 1909. Dimensiones generales y estado de carga según figura adjunta. Se pide: Valor y signo de las recciones.

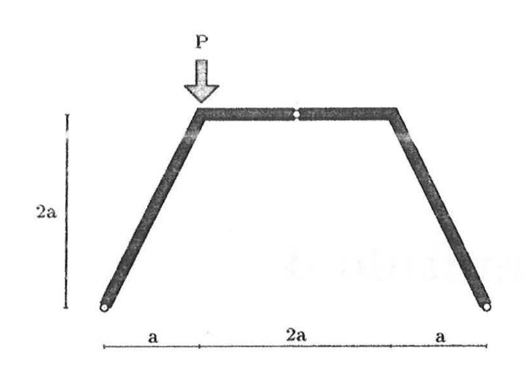
Datos: q=(10+X) kN/m.



Ejercicio 4.7

Arco triarticulado. Forma, cargas y dimensiones según figura. Se pide: 1 Valor y signo de las reacciones. 2 Dibujar la línea de empujes. 3 Dibujar la gráfica de momentos flectores. 4 Dibujar la deformada

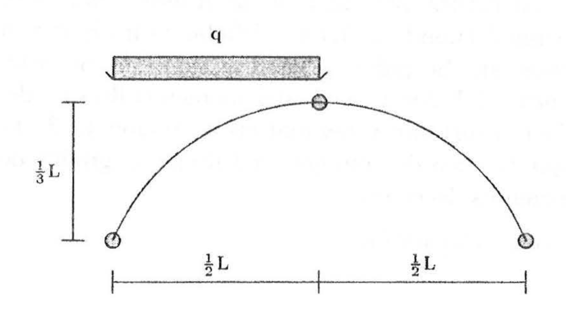
Datos: P=30 kN, a=2 m.



Ejercicio 4.8

Calcular las reacciones de la estructura de la figura.

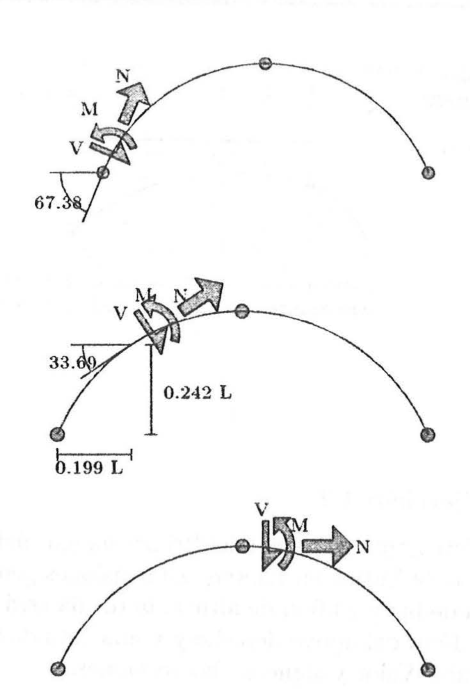
L=(9+Y/45)m; q=(10+Y)kN/m.



Dibujar el polígono antifunicular.

Ejercicio 4.9

Para la misma estructura del ejercicio anterior determinar el valor y signo de los esfuerzos (N, V, M), en las secciones indicadas:

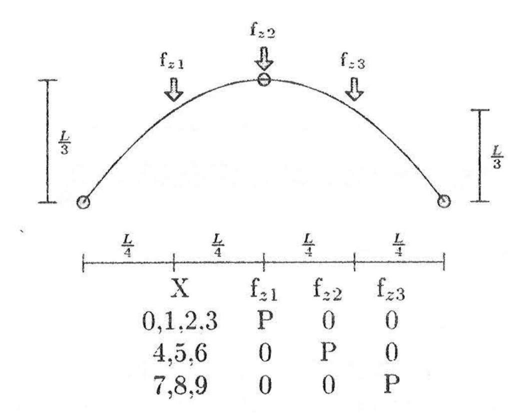


Dibujar y acotar los diagramas de momentos flectores (M, en kNm), esfuerzos normales (N, en kN) y cortantes (V, en kN)

Ejercicio 4.10

Para el arco isostático de la figura se pide:

1. Reacciones
2. Polígono antifunicular (se admitirán dibujos a mano alzada siempre que se aprecien aproximadamente las relaciones de igualdad/desigualdad y signos de las diversas magnitudes)
3. Indicar aproximadamente en que sección se produce el máximo momento flector



X	f_{z1}	f_{z2}	f_{z3}
0,1,2,3	P	0	0
4,5,6	0	P	0
7,8,9	0	0	P

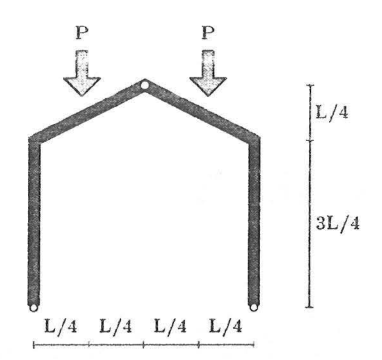
Los resultados se dejarán indicados en función de P y L.

Ejercicio 4.11

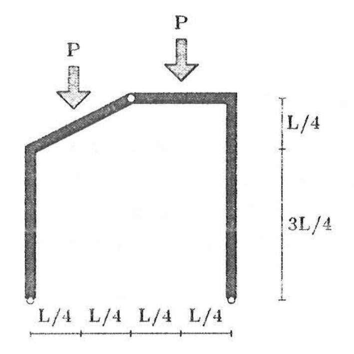
Para las estructuras representadas, se pide:

1 Valor y signo de las reacciones. 2 Dibujar la línea de presiones/empujes. 3 Dibujar la gráfica de momentos flectores. 4 Dibujar la deformada

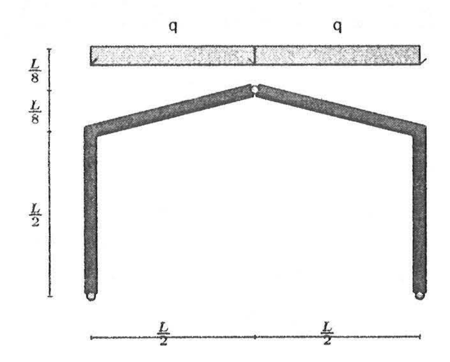
Datos P=(10+Y)kN, L=$\frac{40+Z}{5}$ m.



Datos P=(10+Y)kN, L=$\frac{40+Z}{5}$ m.



Datos: L=10 m, q=15+X/2 kN/m



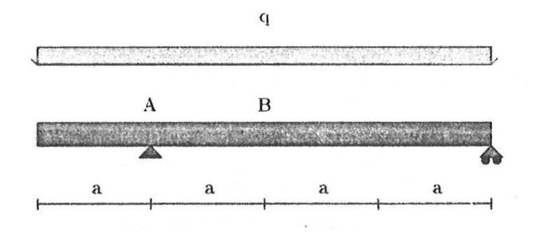
Capítulo 5

Solicitaciones en vigas y pórticos isostáticos

Ejercicio 5.1

Para la viga de la figura, se pide: 1. Valor y signo de las reacciones. 2. Valor y signo del flector en los puntos A y B. 3. Diagramas acotados de momentos flectores y esfuerzos cortantes.

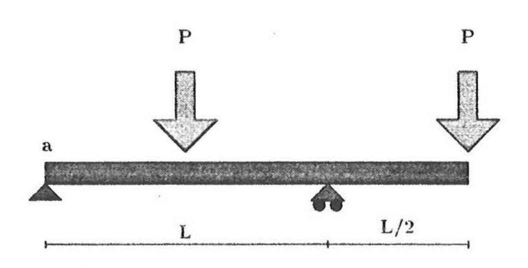
Datos: a=2m, q=7.5+Y/2 kN/m



Ejercicio 5.2

Para la viga de la figura, se pide: 1. Valor y signo de las reacciones. 2. Diagramas acotados de momentos flectores y esfuerzos cortantes.

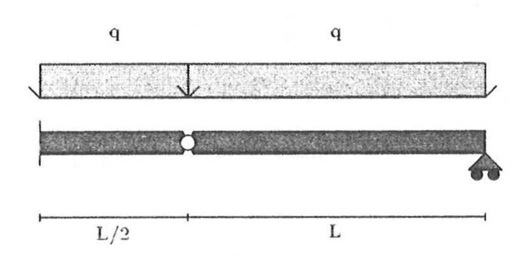
Datos: P=(75+X) kN, L=6 m, EI=cte.



Ejercicio 5.3

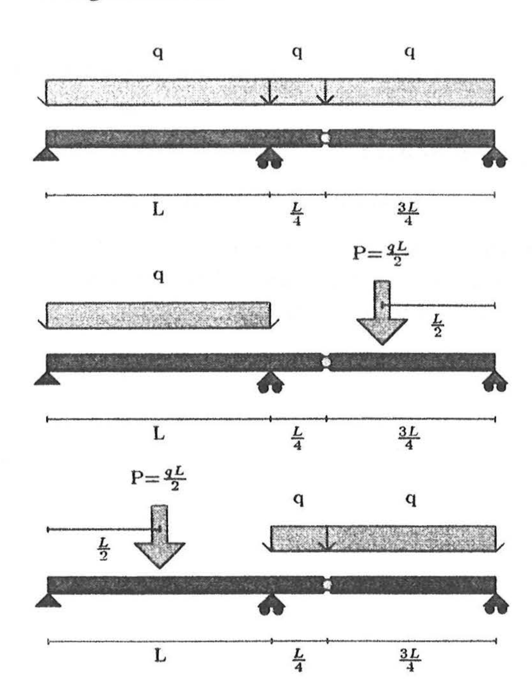
Dibujar los diagramas acotados de momentos flectores y esfuerzos cortantes de la viga de la figura.

Datos: q=10 kN/m, L=4 m .



Ejercicio 5.4

Para la viga Gerber de la figura dibujar los diagramas de solicitaciones (V ,M) acotando sus valores más significativos.

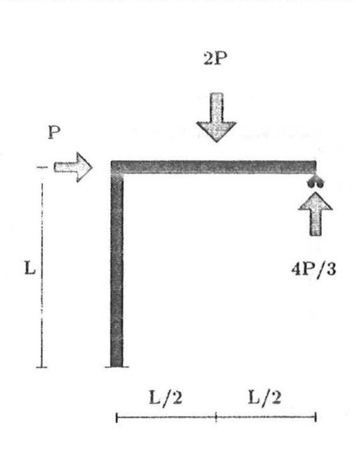


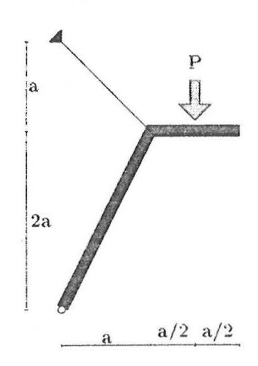
Los resultados se expresarán en función de q y L.

Ejercicio 5.5

Pórtico isostático. Forma, cargas y dimensiones según figura. Se pide: Dibujar y acotar los diagramas de momentos flectores, esfuerzos cortantes y axiles. Dibujar la deformada

Datos: P=30 kN, a=(2+Y/25) m.

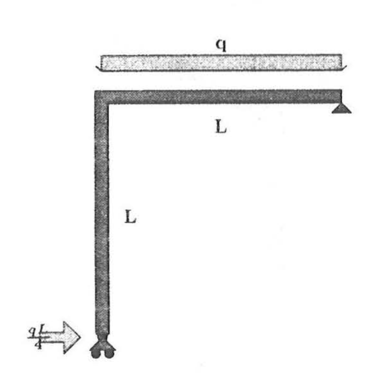




Ejercicio 5.8

Para el pórtico isostático representado en la figura, se pide: Calcular las reacciones y los esfuerzos (M, N, V) en las secciones indicadas.

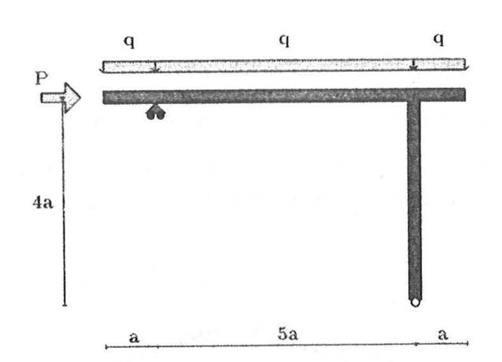
L=5+(Y/4) m; q=40+2·Z kN/m.

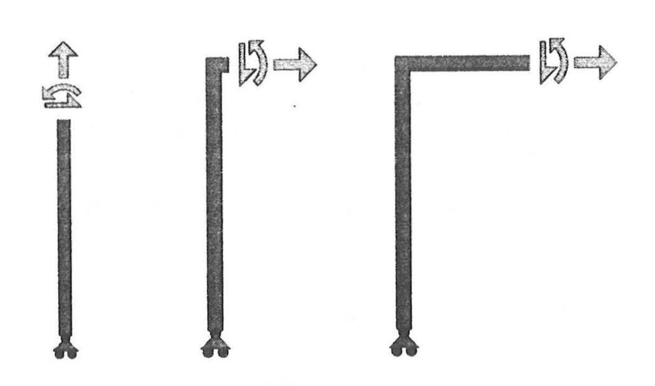


Ejercicio 5.6

Pórtico isostático. Forma, cargas y dimensiones según figura. Se pide: Dibujar y acotar los diagramas de momentos flectores, esfuerzos cortantes y axiles. Dibujar la deformada

Datos: P=50 kN, q=10 kN/m a=(1+Z/30) m





Ejercicio 5.7

Representar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, en kNm; V, en kN; N, en kN) del pórtico hiperestático de la figura, conociendo el valor de la reacción en el apoyo derecho.

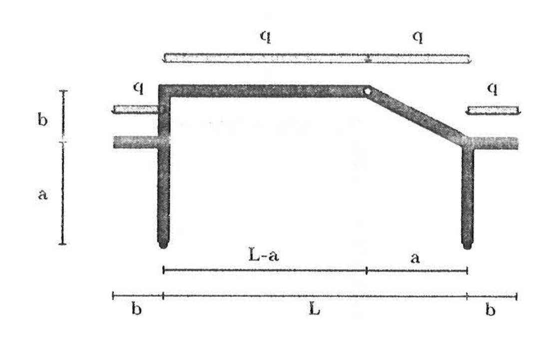
L=5+(X/4) m, P=20+Y kN

Dibujar y acotar los valores más significativos de los diagramas de momentos flectores (M, en kNm), esfuerzos cortantes (V, en kN) y axiles (N, en kN)

Ejercicio 5.9

Acotar el diagrama de flectores (M, en kNm) del pórtico de la figura

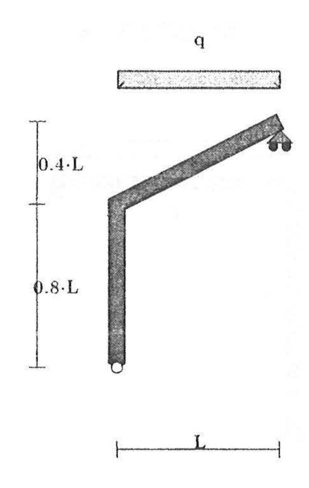
L=15+Z m; a=L/3; b=L/6; q=10+X kN



Ejercicio 5.10

Pórtico isostático. Forma, cargas y dimensiones según figura. Se pide: Dibujar y acotar los diagramas de momentos flectores, esfuerzos cortantes y axiles. Dibujar la deformada

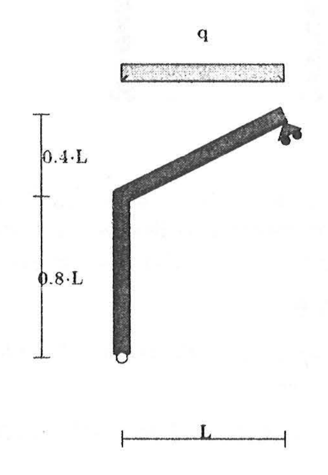
Datos: L=5+(X/9) m, q=35 kN/m, EI=cte.



Ejercicio 5.11

Pórtico isostático. Forma, cargas y dimensiones según figura. Se pide: Dibujar y acotar los diagramas de momentos flectores, esfuerzos cortantes y axiles. Dibujar la deformada

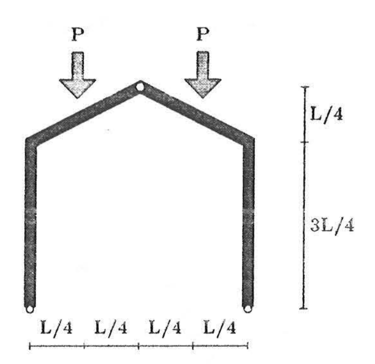
Datos: L=5+(X/9) m, q=35 kN/m, EI=cte.



Ejercicio 5.12

Pórtico isostático: Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, V y N)

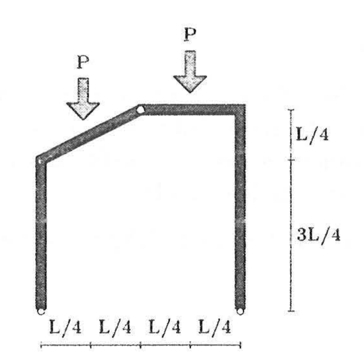
Datos P=(10+Y)kN, L=$\frac{40+Z}{5}$ m.



Ejercicio 5.13

Pórtico isostático: Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, V y N)

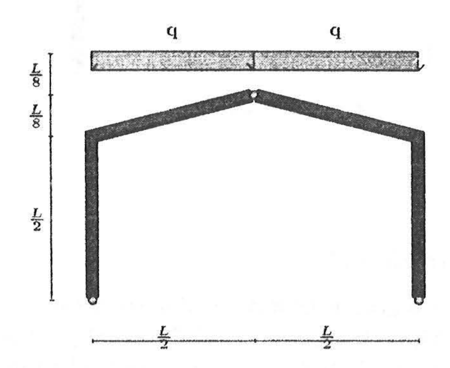
Datos P=(10+Y)kN, L=$\frac{40+Z}{5}$ m.



Ejercicio 5.14

Para el pórtico triarticulado de la figura se pide:

Cálculo de las reacciones. Diagrama de momentos flectores acotando los valores más significativos



Los resultados se expresarán en función de q y L.

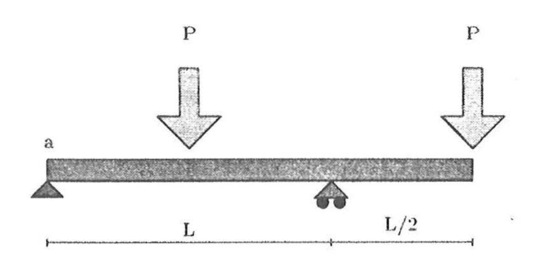
Capítulo 6

Deformaciones en vigas y pórticos: Método de la carga unidad

Ejercicio 6.1

Obtener el giro del nudo a de la viga de la figura y el movimiento vertical de los dos puntos donde actuan las cargas

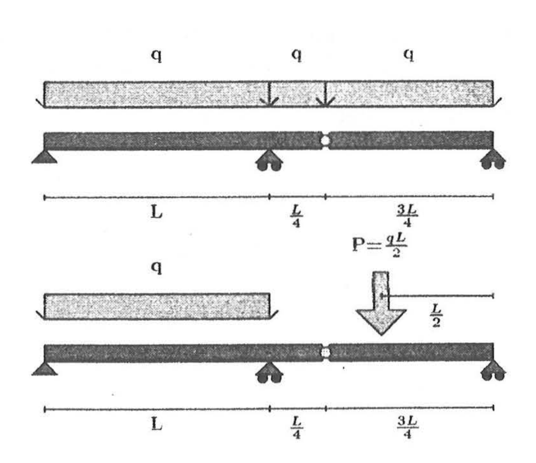
Datos: P=(75+X) kN, L=6 m, EI=cte.

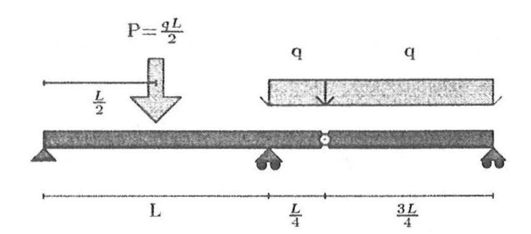


Ejercicio 6.2

Para la viga Gerber de la figura calcular el movimiento vertical en el centro de la viga izquierda (v), mediante el Teorema de la Carga Unidad.

Datos: q=30 kN/m, L=(5+Z/30) m, EI=cte

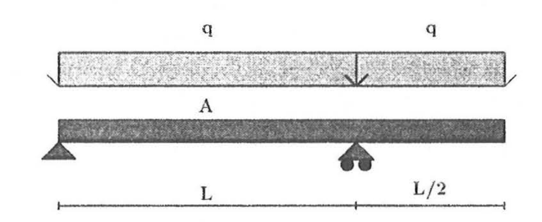




Ejercicio 6.3

Obtener la flecha (v, en m) del punto A de la viga de la figura, utilizando en caso necesario un formulario y/o una tabla de integrales. Determinar el giro de los dos apoyos.

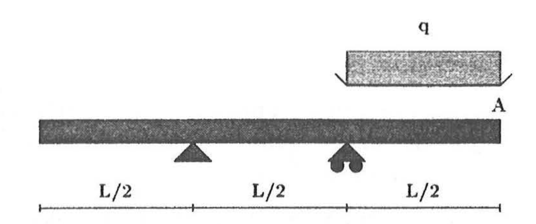
q=10 kN/m, L=$\frac{40+Z}{5}$m, EI=15000 kN·m^2



Ejercicio 6.4

Obtener la flecha (v, en m) del punto A de la viga de la figura, utilizando en caso necesario un formulario y/o una tabla de integrales. Determinar el giro de los dos apoyos.

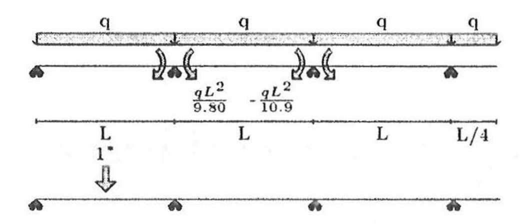
q=10 kN/m, L=$\frac{40+Z}{5}$m, EI=15000 kN·m^2



Ejercicio 6.5

Calcular la flecha (v) en el centro del vano izquierdo de la viga de la figura mediante el Teorema de la Carga Unidad.

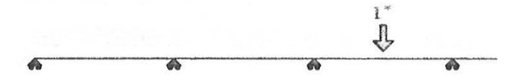
L=5+(Y/4) m; q=20+Z kN; EI=cte.



Idem mediante formulación explícita (empleando las formulas de flechas de vigas isostáticas)

Ejercicio 6.6

Para la misma viga, calcular la flecha (v) en el centro del vano derecho.



Ejercicio 6.7

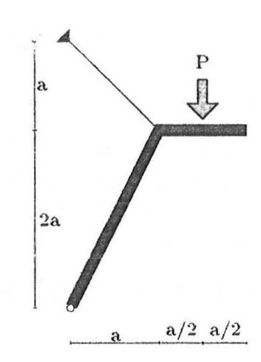
Idem en el extremo del voladizo.



Ejercicio 6.8

Pórtico isostático. Forma, cargas y dimensiones según figura. Se pide: Movimiento vertical (v) del extremo del voladizo (los resultados se expresarán en función del área (A) del cable y la inercia (I) común para el soporte y el voladizo).

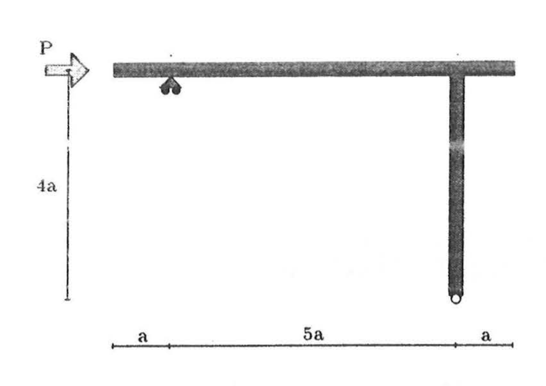
Datos: P=30 kN, a=(2+Y/25) m, E=cte.



Ejercicio 6.9

Pórtico isostático. Forma, cargas y dimensiones según figura. Se pide: Dibujar la deformada. Movimiento horizontal (u) de la viga.

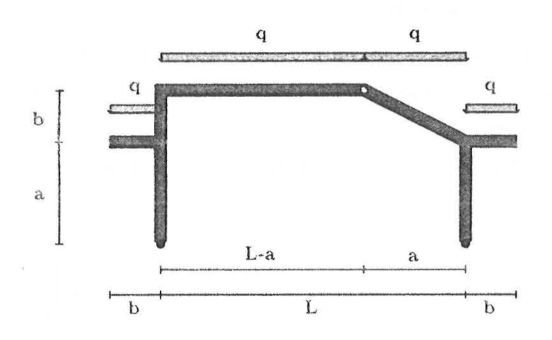
Datos: P=50 kN, a=(1+Z/30) m, EI=cte.

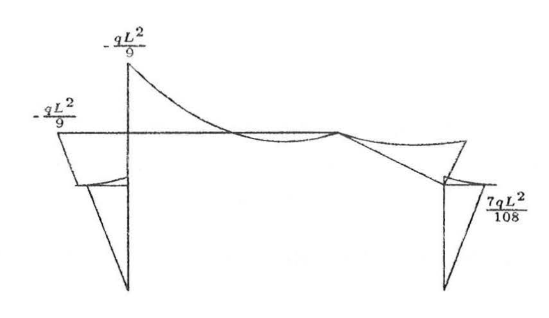


Ejercicio 6.10

Acotar el diagrama de flectores (M, en kNm) del pórtico de la figura

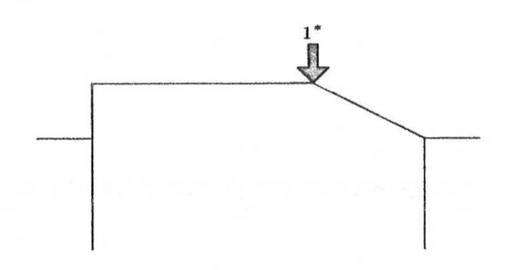
L=15+Z m; a=L/3; b=L/6; q=10+X kN





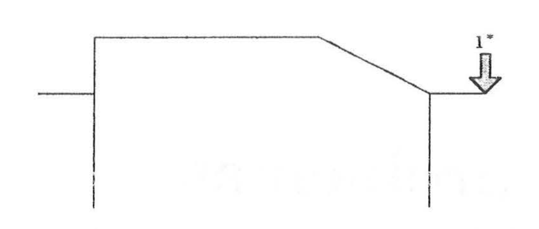
Calcular la flecha (v, en mm) en el punto indicado utilizando el Teorema de la Carga Unidad.

I_{sop}=67120 cm^4; I_{vig}=154600 cm^4



Ejercicio 6.11

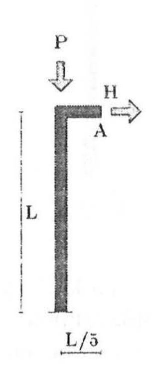
Para el mismo pórtico, calcular la flecha (v, en mm) en el punto indicado utilizando el Teorema de la Carga Unidad.



Ejercicio 6.12

Obtener el desplazamiento horizontal (u, en mm) del punto A de la estructura de la figura.

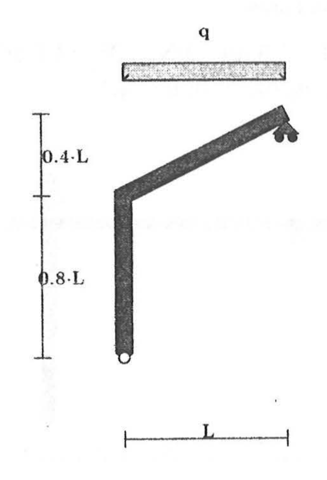
Datos: P=100 kN, H=1 kN, $L=\frac{40+Z}{5}$m, EI=15000 kN·m^2

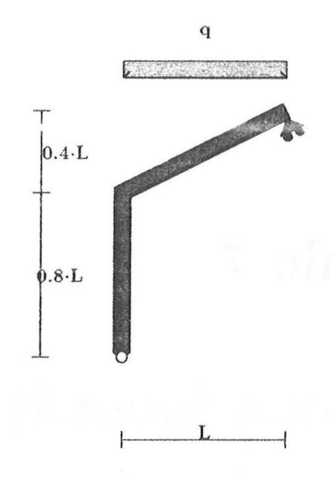


Ejercicio 6.13

Calcular el movimiento del apoyo derecho de las estructuras representadas en las figuras

Datos: L=5+(X/9) m, q=35 kN/m, EI=cte.

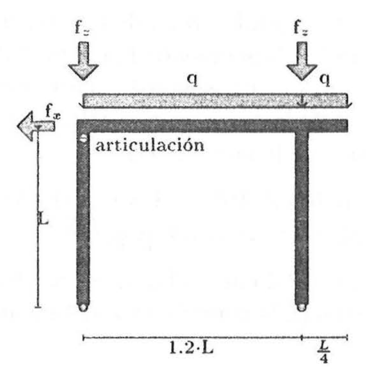




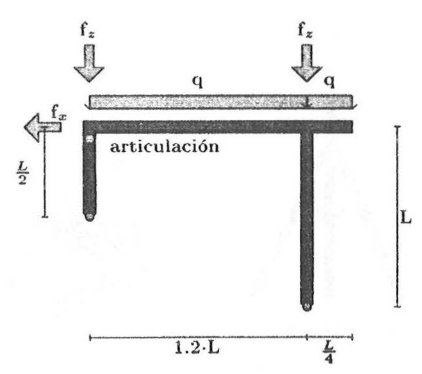
Ejercicio 6.14

Obtener el movimento horizontal del dintel de los pórticos siguientes:

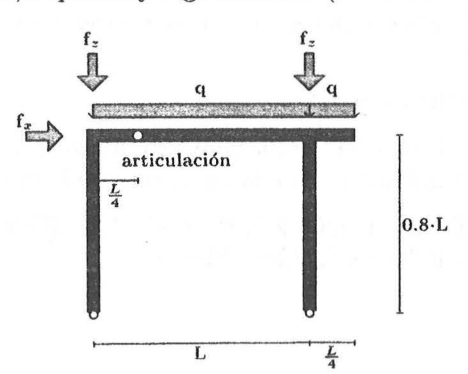
L=4 m; q=1.5·(40+Y) kN/m; f_x=q·L/10; f_z=5·q·L; Soportes y viga HEB300 (I=25170 cm^4);



L=4 m; q=1.5·(40+Y) kN/m; f_x=q·L/10; f_z=5·q·L; Soportes y viga HEB300 (I=25170 cm^4);



L=5 m; q=1.5·(40+Y) kN/m; f_x=q·L/10; f_z=5·q·L; Soportes y viga HEB300 (I=25170 cm^4);



Capítulo 7

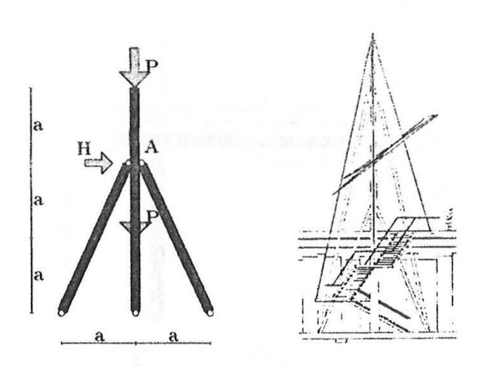
Pórticos isostáticos: problemas no-lineales (inestabilidad, pandeo)

Ejercicio 7.1

Análisis de segundo orden de la estructura de la figura. Se pide: Movimiento horizontal del punto A del fuste (u, en m), según la teoría de segundo orden. Valor de la carga crítica (P_{cri}, en kN). Verificar el valor de la constante K.

Datos: a=(6+Z/10) m; P=1.5·50 kN; H=1.5·1 kN; e_0=L/150; H=K· u; $K=\frac{1}{11.18}\frac{EA}{a}$;

$A_{jabalcon}$= 10.2 cm^2; $EI_{fuste} \rightarrow \infty$; $EA_{fuste} \rightarrow \infty$; se despreciará la contribución del jabalcón comprimido.

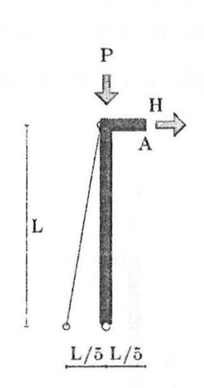


(Variación sobre un proyecto de S. Pérez Arroyo, Oviedo 2001).

Ejercicio 7.2

Obtener el desplazamiento horizontal (u, en mm) del punto A de la estructura de la figura.

Datos: P=100 kN, H=1 kN, L=$\frac{40+Z}{5}$m, Biela: EA=100000 kN, Pilar: EI$\rightarrow \infty$

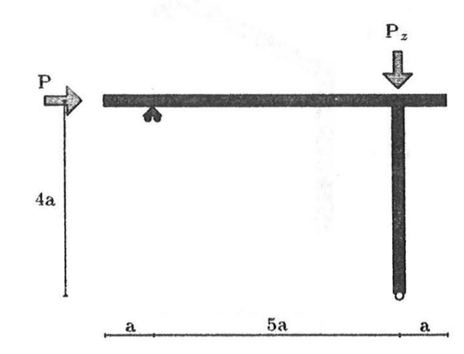


Carga crítica (P_{cri}, en kN) aproximada del problema anterior y desplazamiento horizontal (u, en m) para P=100 kN, según la teoría de segundo orden.

Ejercicio 7.3

Análisis de segundo orden de la estructura de la figura. Se pide: Movimiento horizontal del dintel (u, en m), según la teoría de segundo orden. Valor de la carga crítica P_{cri}. Valor de las "acciones equivalentes de segundo orden" H'. Diagrama acotado de momentos flectores.

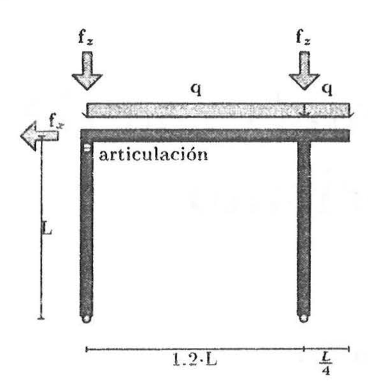
Datos: P=1.5·50 kN; P_z=1.5·500 kN; a=(1+Z/30))m; e_0=L/150; u=$\frac{48 \cdot a^3}{EI}$P.



Ejercicio 7.4

Análisis de segundo orden del pórtico de la figura: Calcular el movimiento horizontal del dintel (u en mm).

L=4 m; q=1.5·(40+Y) kN/m; f_x=q·L/10; f_z=5·q·L; Soportes y viga HEB300 (I=25170 cm^4); e_0=25 mm.



Verificar: f_x=K·u; $K = \frac{1}{0.733}\frac{EI}{L^3}$; $u_q = -\frac{1}{16.8}\frac{q \cdot L^4}{EI}$

Calcular el movimiento horizontal del dintel (u en mm)

Calcular q_{cri}

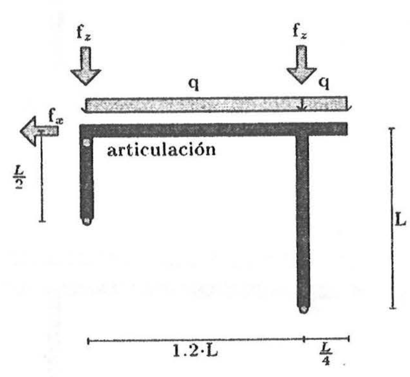
Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, N, V) de "primer orden" de la estructura

Dibujar y acotar el diagrama de momentos flectores (M) de "segundo orden" de la estructura

Ejercicio 7.5

Análisis de segundo orden del pórtico de la figura: Calcular el movimiento horizontal del dintel (u en mm).

L=4 m; q=1.5·(40+Y) kN/m; f_x=q·L/10; f_z=5·q·L; Soportes y viga HEB300 (I=25170 cm^4); e_0=25 mm.



Verificar: f_x=K·u; $K = \frac{1}{0.733}\frac{EI}{L^3}$; $u_q = -\frac{1}{16.8}\frac{q \cdot L^4}{EI}$

Calcular el movimiento horizontal del dintel (u en mm)

Calcular q_{cri}

Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, N, V) de "primer orden" de la estructura

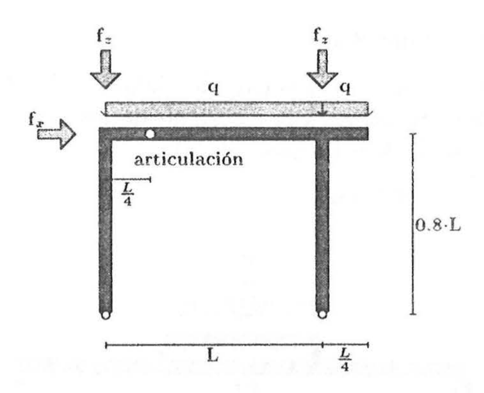
Dibujar y acotar el diagrama de momentos flectores (M) de "segundo orden" de la estructura

Ejercicio 7.6

Pórtico isostático triarticulado. Se pide: Calcular el movimiento horizontal del dintel (u en mm), según la teoría de segundo orden. Calcular el valor de la carga crítica (q_{cri})

L=5 m; q=1.5·(40+Y) kN/m; f_x=q·L/10; f_z=5·q·L; Soportes y viga HEB300 (I=25170 cm^4); e_0=25 mm.

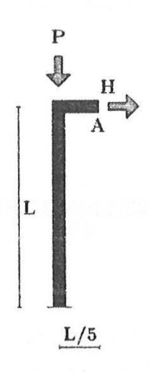
f_x=K·u; $K = \frac{1}{0.2}\frac{EI}{L^3}$; $u_q = \frac{1}{67.12}\frac{q \cdot L^4}{EI}$



Ejercicio 7.7

Obtener el desplazamiento horizontal (u, en mm) del punto A de la estructura de la figura.

Datos: P=100 kN, H=1 kN, L=$\frac{40+Z}{5}$m, EI=15000 kN·m^2



Carga crítica (P_{cri}, en kN) aproximada del problema anterior y momento flector máximo (M, en kN·m) para P=100 kN, según la teoría de segundo orden.

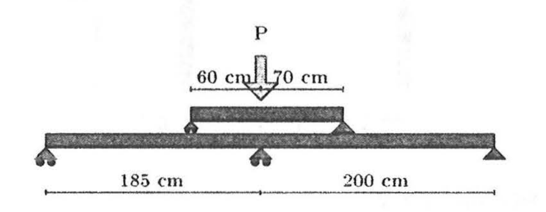
Capítulo 8

Cálculo elástico de estructuras de un solo grado de hiperestatismo

Ejercicio 8.1

Esquema de ensayo de laboratorio (curso 98/99). Se pide: Valor y signo de las reacciones. Diagramas de esfuerzos (M, V)

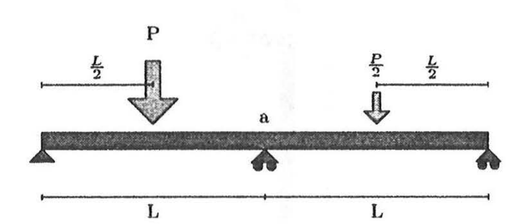
Datos: EI=cte.



Ejercicio 8.2

Se analiza la viga continua representada en la figura, por el método de compatibilidad.

L=6+Y/9 m; P=105 kN; IPE400 (I=23130 cm^4)



Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, V). Calcular el movimiento vertical del punto central de la viga izquierda.

Ejercicio 8.3

Repetir los dos ejercicios anteriores suponiendo un movimiento vertical de ± 1 cm en el apoyo central. Comparar los diagramas de momentos flectores y justificar sus variaciones.

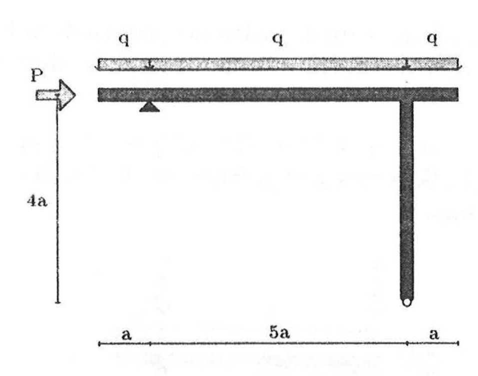
Ejercicio 8.4

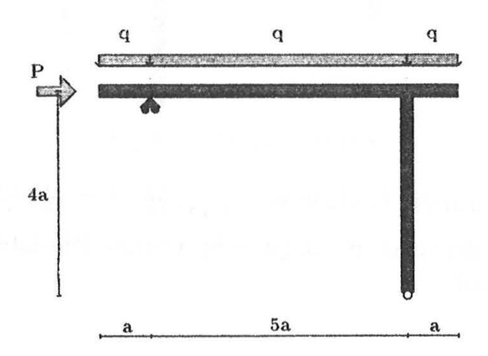
Repetir los dos ejercicios primeros si el movimiento se impone en el apoyo derecho

Ejercicio 8.5

Pórtico hiperestático. Se pide: Valor y signo de las reacciones. Diagramas de solicitaciones (M, V, N). Se partirá de los resultados (obtenidos en ejercicios previos): $u_P = \frac{48 \cdot a^3}{EI} P$; $u_q = -\frac{15.84 a^4}{EI}$ q (segunda figura).

Datos: P=50 kN; q=10 kN/m; a=(1+(Z/30)) m

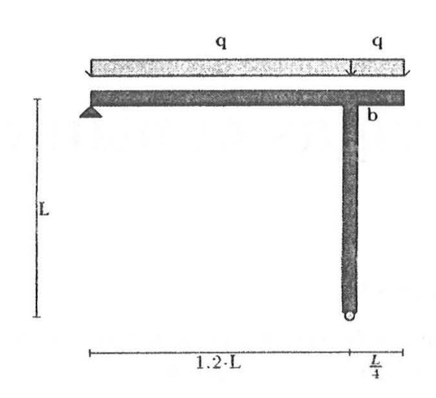




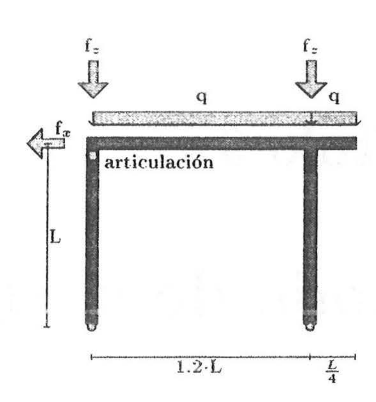
Ejercicio 8.6

Para la estructura representada, determinar el valor y el signo de la componente horizontal de la reacción en el apoyo izquierdo

L=4 m; q=1.5·(40+Y) kN/m; Soportes y viga HEB300 (I=25170 cm^4)



Puede partirse de los resultados que siguen, obtenidos en un ejercicio previo



f_x=K·u; $K = \frac{1}{0.733}\frac{EI}{L^3}$; $u_q = -\frac{1}{16.8}\frac{q \cdot L^4}{EI}$

Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, V, N)

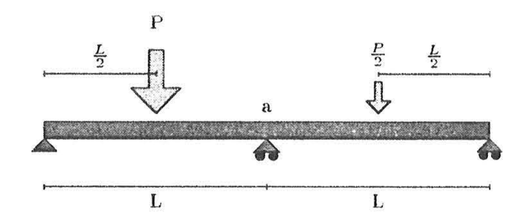
Capítulo 9

Método de la rigidez: vigas continuas

Ejercicio 9.1

Se analiza la viga continua representada en la figura, por el método de equilibrio.

L=6+Y/9 m; P=105 kN; IPE400 (I=23130 cm^4)



Se pide:

Valor y signo de los momentos de empotramiento de ambas vigas (estado [f]).

Escribir la ecuación de equilibrio de momentos del nudo "a".

Escribir las relaciones elásticas entre los momentos en los extremos de las vigas (m_2, m_3) y el giro de los mismos (φ_2, φ_3)

Escribir las ecuaciones de compatibilidad entre los giros de los extremos de barra antedichos (φ_2, φ_3) y el giros de los nudo "a" (θ_a)

Escribir la ecuación de la estructura (se introducen las 2 ecuaciones de compatibilidad en las relaciones elásticas entre momentos y giros en extremo de barras, y éstas en la ecuación de equilibrio).

Valor del giro θ_a en radianes

Momentos en los extremos de las barras del estado [u]. Momentos totales en los extremos de las barras (suma de los estados [f] y [u])

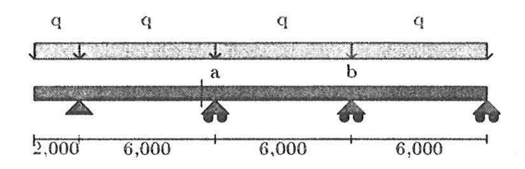
Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, V)

Flecha en el centro de la viga izquierda

Ejercicio 9.2

Se analiza la viga continua representada en la figura, por el método de equilibrio.

q=(35+0.5·X) kN/m; (I=18263 cm^4)



Se pide:

Valor y signo de los momentos de empotramiento de las vigas (estado [f]).

Escribir las ecuaciones de equilibrio de momentos de los nudos "a" y "b".

Escribir las relaciones elásticas entre los momentos en los extremos de las vigas (m_2 a m_5) y el giro de los mismos (φ_2 a φ_5)

Escribir las ecuaciones de compatibilidad entre los giros de los extremos de barra antedichos (φ_2 a φ_5) y los giros de los nudos (θ_a, θ_b)

Escribir las ecuaciones de la estructura (se introducen las 4 ecuaciones de compatibilidad en las relaciones elásticas entre momentos y giros en extremo de barras, y éstas en las 2 ecuaciones de equilibrio).

Valor de los giros θ_a y θ_b en radianes

Vector de acciones nodales (**f**).

Matriz de equilibrio (**H**).

Matriz constitutiva (**D**).

Matriz de compatibilidad (**B**).

Matriz de rigidez de la estructura (**K**).

Vector de movimientos nodales (**u**, giros θ_a y θ_b)

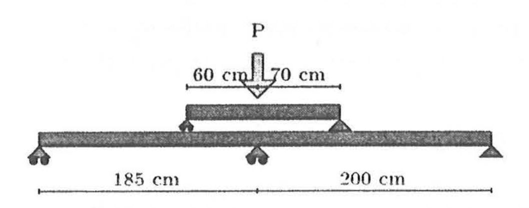
Momentos en los extremos de las barras del estado [u] (s=**D**·**B**·**u**). Momentos totales en los extremos de las barras (suma de los estados [f] y [u]: $\mathbf{s}_f$+**D**·**B**·**u**)

Dibujar y acotar los diagramas de cortantes (V, en kN) y flectores (M, en kNm).

Ejercicio 9.3

Se analiza la viga continua representada en la figura, por el método de equilibrio.

Datos: EI=cte.

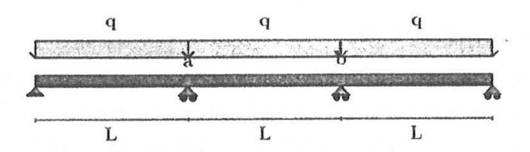


Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, V)

Ejercicio 9.4

Se analiza la viga continua representada en la figura, por el método de equilibrio.

L=6+Y/9 m; q=35+X/3 kN; IPE400 (I=23130 cm^4)

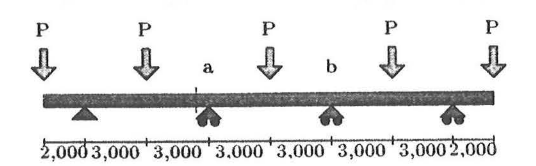


Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, V)

Ejercicio 9.5

Se analiza la viga continua representada en la figura, por el método de equilibrio.

P=(200+10·X) kN; (I=18263 cm^4)

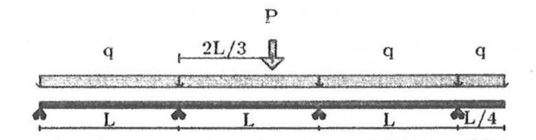


Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, V)

Ejercicio 9.6

Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones elásticos de la viga de la figura (M, en kN·m; V en kN)

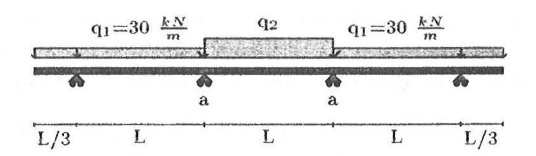
L=5+(Y/4) m; q=20+Z kN/m; P=q·L/3; sección constante.



Ejercicio 9.7

Viga continua. Análisis elástico.

L=4+(Z/5)m; EI=20000kNm^2



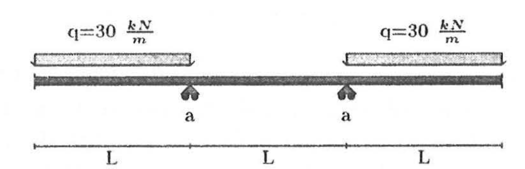
1. Para qué valor de la carga q_2 el giro de los nudos "a" se anula

2. Diagramas de esfuerzos correspondientes (V en kN, M en kNm)

Ejercicio 9.8

Viga continua. Análisis elástico.

L=4+(Z/5)m; EI=20000kNm^2



1. Giro de los nudos a (θ_a en rad)

2. Diagramas de esfuerzos (V en kN, M en kNm)

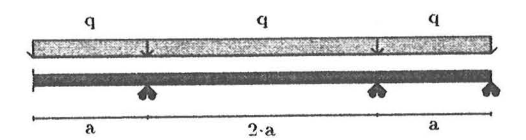
Ejercicio 9.9

Para la viga continua de la figura, se pide:

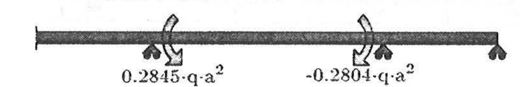
Desarrollo del análisis elástico indistintamente por el método de compatibilidad o por el método de la rigidez, debiendo escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

Dibujar la deformada final de forma que se aprecien los sentidos de los movimientos finales de los nudos y el signo de las curvaturas en los diferentes intervalos de las barras.

Datos: q=(35+X/3)kN/m; a=(3+Y/9)m; sección constante.



Gráficas acotadas de solicitaciones. Para evitar el posible encadenamiento de errores, se tomarán como válidos los momentos de los extremos de las barras que se indican. Se evaluará especialmente el carácter equilibrado de la solución obtenida.



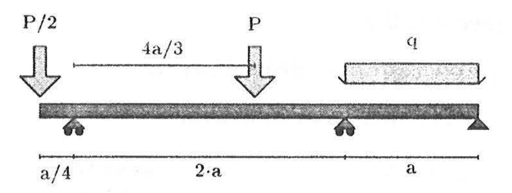
Ejercicio 9.10

Para la viga continua de la figura, se pide:

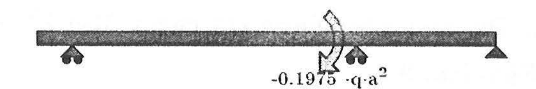
Desarrollo del análisis elástico indistintamente por el método de compatibilidad o por el método de la rigidez, debiendo escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

Dibujar la deformada final de forma que se aprecien los sentidos de los movimientos finales de los nudos y el signo de las curvaturas en los diferentes intervalos de las barras.

Datos: $q=(35+X/3)$kN/m; $a=(3+Y/9)$m; $P=q\cdot a$; sección constante.



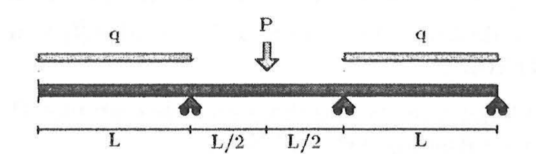
Gráficas acotadas de solicitaciones. Para evitar el posible encadenamiento de errores, se tomarán como válidos los momentos de los extremos de las barras que se indican. Se evaluará especialmente el carácter equilibrado de la solución obtenida.



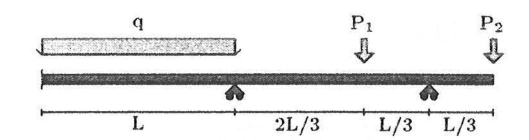
Ejercicio 9.11

Desarrollo del análisis elástico de las vigas representas, indistintamente por el método de equilibrio o el de compatibilidad

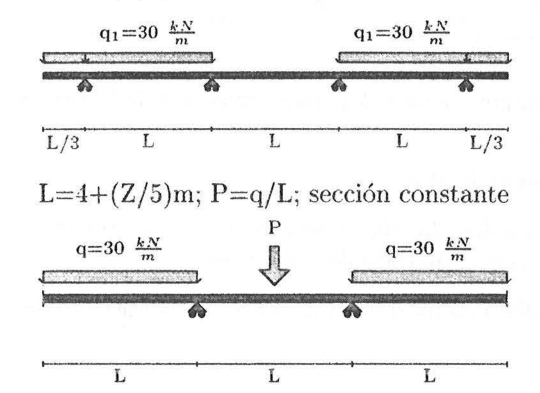
$L=4+(X/5)$ m; $q=5$ kN/m; $P=q\cdot L$; Sección constante



$L=5+(X/4)$ m; $q=20+Y$ kN/m; $P_1=q\ L/3$; $P_2=q\ L/9$; Sección constante.



$L=4+(Z/5)$m; sección constante

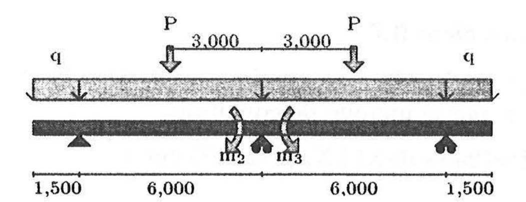


$L=4+(Z/5)$m; $P=q/L$; sección constante

Ejercicio 9.12

Dibujar y acotar los diagramas de cortantes (V, en kN) y flectores (M, en kNm) de la viga de la figura conocido el momento de extremo de barra m_2:

$q=35$ kN/m; $P=0.2\cdot q\cdot L$; m_2=-0,147·q·L²



Capítulo 10

Cálculo plástico de vigas hiperestáticas

Ejercicio 10.1

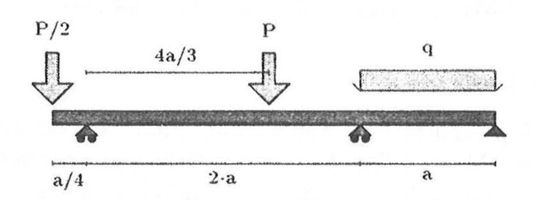
Para la viga continua de la figura, se pide:

Desarrollo del análisis plástico indistintamente por el método estático o cinemático.

Dibujar el mecanismo o mecanismos de colapso, indicando las posiciones de las rótulas plásticas y el sentido de rotación de las mismas.

Dibujar y acotar los diagramas de cortantes (V, en kN) y flectores (M, en kNm).

Datos: q=(35+X/3)kN/m; a=(3+Y/9)m; P=q·a; sección constante.



Ejercicio 10.2

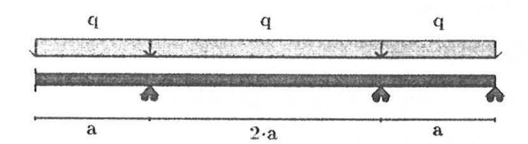
Para la viga continua de la figura, se pide:

Desarrollo del análisis plástico indistintamente por el método estático o cinemático.

Dibujar el mecanismo o mecanismos de colapso, indicando las posiciones de las rótulas plásticas y el sentido de rotación de las mismas.

Dibujar y acotar el/un diagrama de flectores de colapso (M, en kNm) y el correspondiente de cortantes (V, en kN).

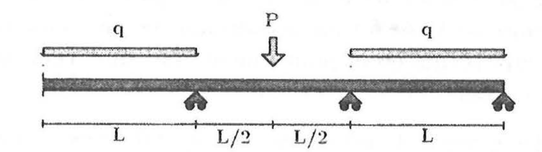
Datos: q=(35+X/3)kN/m; a=(3+Y/9)m; sección constante.



Ejercicio 10.3

Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones de colapso (M, en kN·m; V en kN)

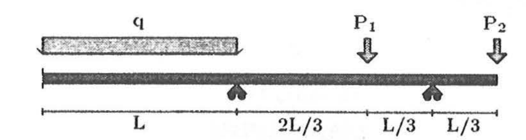
L=4+(X/5) m; q=5 kN/m; P=q·L; Sección constante



Ejercicio 10.4

Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones de colapso (M, en kN·m; V en kN)

L=5+(X/4) m; q=20+Y kN/m; P_1=q L/3; P_2=q L/9; Sección constante.

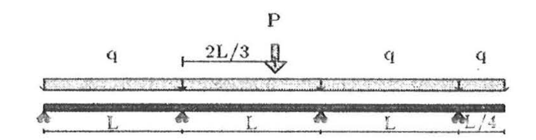


Comparar los diagramas de esfuerzos obtenidos con los "elásticos"

Ejercicio 10.5

Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones de colapso de la viga de la figura (M, en kN·m; V en kN)

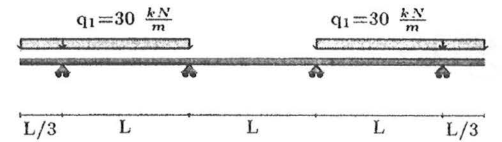
L=5+(Y/4) m; q=20+Z kN/m; P=q·L/3; sección constante.



Ejercicio 10.6

Desarrollo del análisis plástico indistintamente por el método estático o cinemático

L=4+(Z/5)m; M_p=cte



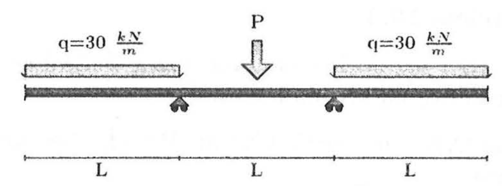
Mecanismo de colapso para M_p constante.

Diagramas de esfuerzos correspondientes (V en kN, M en kNm)

Ejercicio 10.7

Viga continua. Cálculo plástico.

L=4+(Z/5)m; M_p=cte



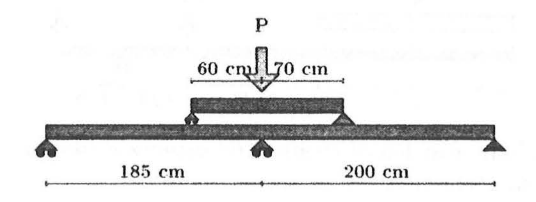
Fijo el valor de q (30 kN/m^2), para qué valor mínimo de P se forma un mecanismo de colapso con una rotula en el punto medio del vano central entre otras.

Diagramas de esfuerzos correspondientes (V en kN, M en kNm)

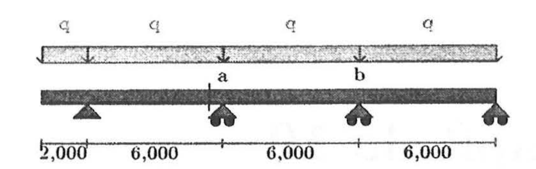
Ejercicio 10.8

Desarrollo del análisis plástico de las vigas que se representan, indistintamente por el método estático o cinemático

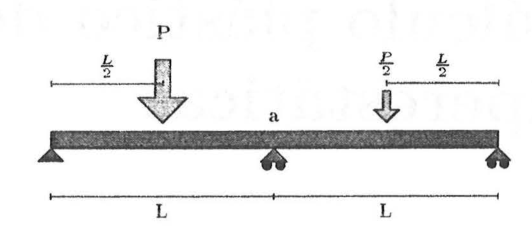
M_p=cte



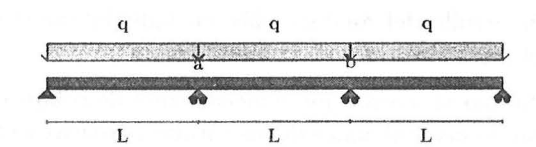
q=(35+0.5·X) kN/m; M_p=cte



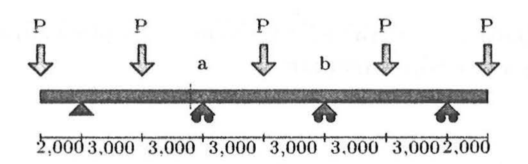
L=6+Y/9 m; P=105 kN; IPE400



L=6+Y/9 m; q=35+X/3 kN; IPE400



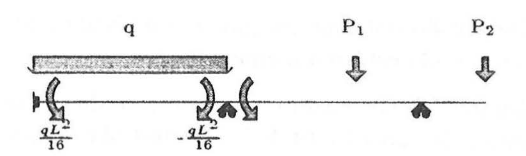
P=(200+10·X) kN; M_p=cte



Ejercicio 10.9

Representar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, en kNm; V, en kN) de la viga continua hiperestática de la figura, conociendo los valores que se indican

L=5+(X/4) m; q=20+Y kN/m; P_1=q L/3; P_2=q L/9.



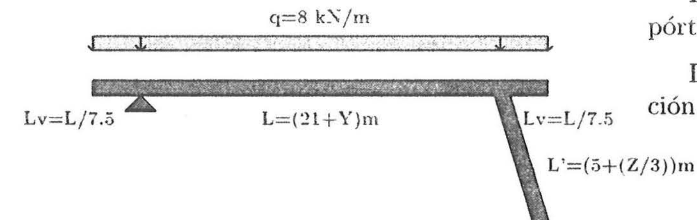
Capítulo 11

Cálculo elástico de pórticos no desplazables (arriostrados)

Ejercicio 11.1

Se analiza el pórtico representado en la figura por el método de equilibrio.

Datos: I_v=750·(20+Y)^2 cm^4. I_s=36656 cm^4



Se pide:

Valor y signo de los momentos de empotramiento de las barras. Vector de acciones nodales (**f**).

Escribir la ecuación de equilibrio de momentos del nudo. Matriz de equilibrio (**H**).

Escribir las relaciones elásticas entre los momentos en los extremos de las vigas (m_i) y los giros de los mismos (φ_i). Matriz constitutiva (**D**).

Escribir las ecuaciones de compatibilidad entre los giros de los extremos de barra antedichos (φ_i) y el giro del nudo (θ). Matriz de compatibilidad (**B**).

Escribir las ecuaciones de la estructura. Matriz de rigidez de la estructura (**K**).

Valor del giro del nudo, θ en radianes. Vector de movimientos nodales (**u**).

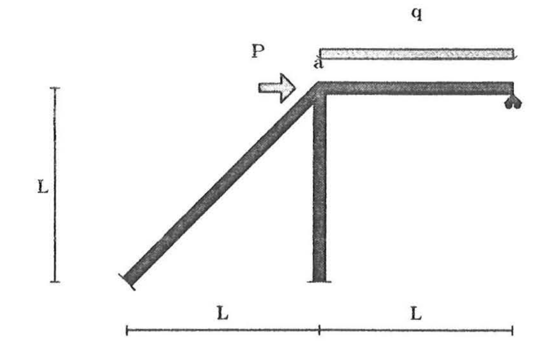
Momentos en los extremos de las barras del estado [u] (**s**=**D**·**B**·**u**). Momentos totales en los extremos de las barras (suma de los estados [f] y [u]: $\mathbf{s}_f$+**D**·**B**·**u**)

Dibujar y acotar los diagramas de axiles (N, en kN), cortantes (V, en kN) y flectores (M, en kNm). Verificar el equilibrio del nudo.

Ejercicio 11.2

Resumir el desarrollo del análisis elástico del pórtico de la figura

L=5+(Y/4) m; q=20+Z kN/m; P=q·L/4; sección constante.



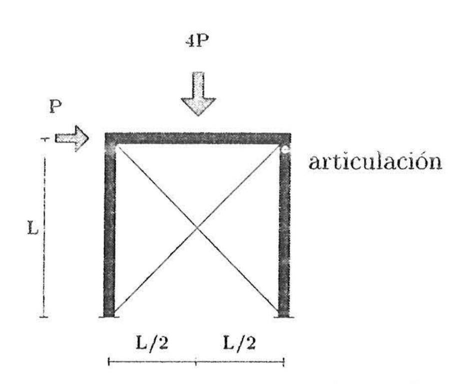
Valor del giro del nudo "a" (θ_a)

Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, en kN·m; V en kN; N en kN). Verificar el equilibrio de momentos y fuerzas de los nudos

Ejercicio 11.3

Resumir el desarrollo del análisis elástico del pórtico de la figura

L=5+(X/9)m, P=25+X kN, EI=cte.

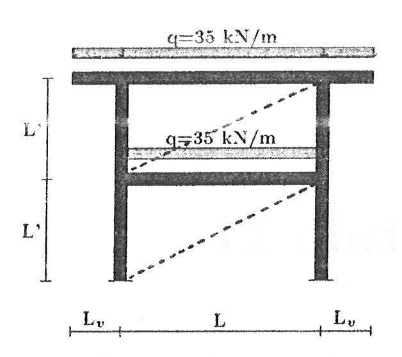


Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, en kN·m; V en kN; N en kN). Verificar el equilibrio de momentos y fuerzas de los nudos

Ejercicio 11.4

Se analiza el pórtico representado en la figura por el método de equilibrio.

Datos: EI_v=100000 kNm^2. EI_s=50000 kNm^2. L=6+(X/9)m. L_v=L/4. L'=L/2.



Se pide:

Valor y signo de los giros de los nudos. Vector de movimientos nodales (**u**).

Momentos totales en los extremos de las barras.

Dibujar y acotar los diagramas de axiles (N, en kN), cortantes (V, en kN) y flectores (M, en kNm). Verificar el equilibrio de los nudos.

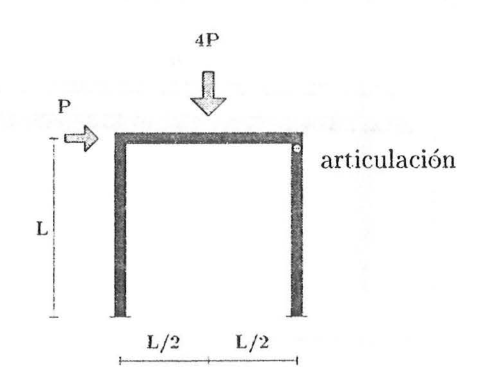
Capítulo 12

Cálculo elástico de pórticos desplazables sencillos

Ejercicio 12.1

Se analiza el pórtico representado en la figura por el método de equilibrio.

Datos: L=5+(X/9) m, P=25+X kN, EI=15000 kN·m^2.



Se pide:

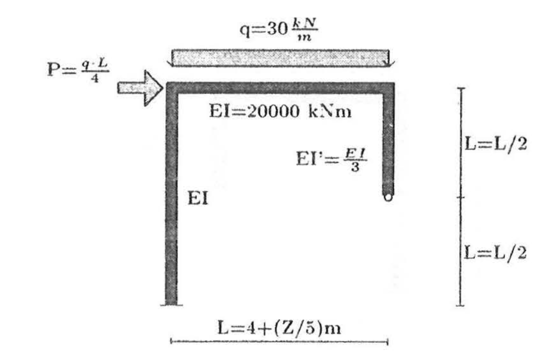
Valor y signo del giro del nudo izquierdo y del movimiento horizontal del dintel (vector de movimientos nodales, **u**).

Momentos totales en los extremos de las barras (s+s$_f$).

Dibujar y acotar los diagramas de axiles (N, en kN), cortantes (V, en kN) y flectores (M, en kNm). Verificar el equilibrio de los nudos.

Ejercicio 12.2

Se analiza el pórtico representado en la figura por el método de equilibrio.



Se pide:

Vector de movimientos nodales, **u**.

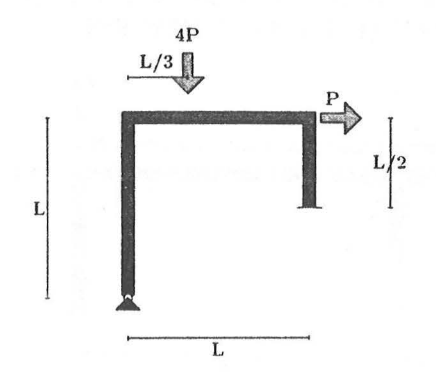
Momentos totales en los extremos de las barras (s+s$_f$).

Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, V, N)

Ejercicio 12.3

Se analiza el pórtico representado en la figura por el método de equilibrio.

L=5+(X/9) m, P=25+X kN, EI=15000 kN·m^2.



Se pide:

Valor y signo de los giros y del movimiento horizontal del dintel (vector de movimientos nodales, **u**).

Momentos totales en los extremos de las barras ($s+s_f$).

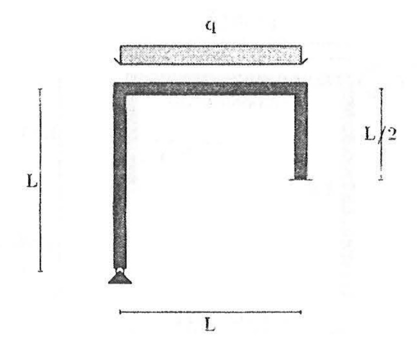
Dibujar y acotar los diagramas de axiles (N, en kN), cortantes (V, en kN) y flectores (M, en kNm).

Verificar el equilibrio de los nudos.

Ejercicio 12.4

Idem para la nueva hipótesis de carga representada en la figura.

Nuevos datos: q=35+X kN/m.



Se pide:

Valor y signo de los giros y del movimiento horizontal del dintel (vector de movimientos nodales, **u**).

Momentos totales en los extremos de las barras ($s+s_f$).

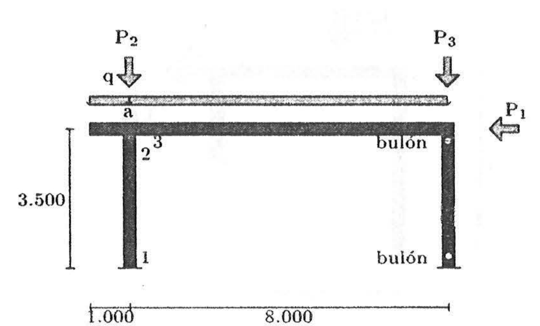
Dibujar y acotar los diagramas de axiles (N, en kN), cortantes (V, en kN) y flectores (M, en kNm).

Verificar el equilibrio de los nudos.

Ejercicio 12.5

Se analiza el pórtico representado en la figura, por el método de equilibrio.

q=(40+X)kN/m; P_1=(20+X/2) kN; P_2=50 kN; P_3=100 kN; (I=25179 cm^4, HEB 300)

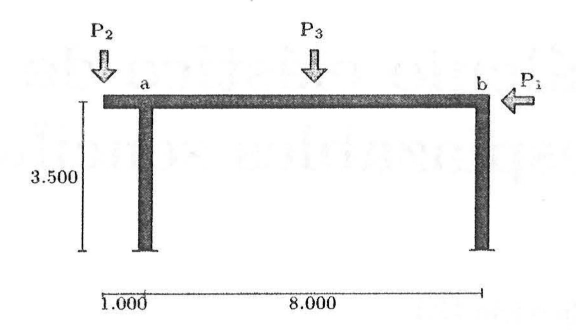


Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, en kN·m; V en kN; N en kN)

Ejercicio 12.6

Se analiza el pórtico representado en la figura, por el método de equilibrio.

P_1=(20+X/2) kN; P_2=5·P_1; P_3=10·P_1; (I=25179 cm^4, HEB 300)

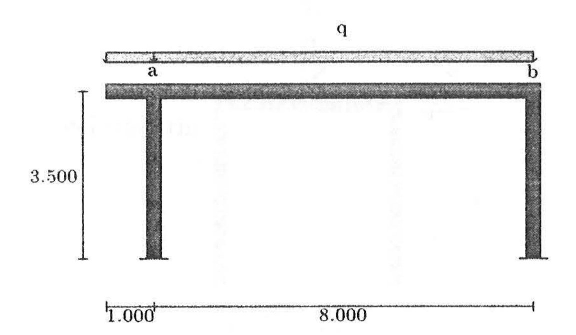


Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, en kN·m; V en kN; N en kN)

Ejercicio 12.7

Ídem para el pórtico representado en la figura:

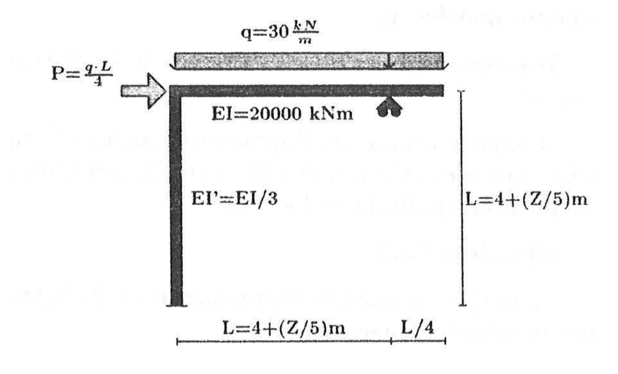
q=(40+X)kN/m; (I=25179 cm^4, HEB 300)



Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, V, N)

Ejercicio 12.8

Se analiza el pórtico representado en la figura por el método de equilibrio.

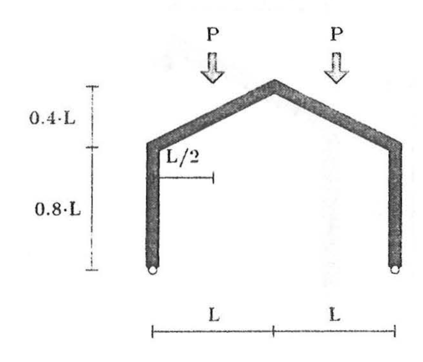


Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, V, N)

Ejercicio 12.9

Escribir las ecuaciones de equilibrio, las de compatibilidad y las constitutivas para la estructura representada en la figura.

Datos: P=(120+3·X) kN; a=(4+X/10)m; sección constante; EA=100·EI/L^2.



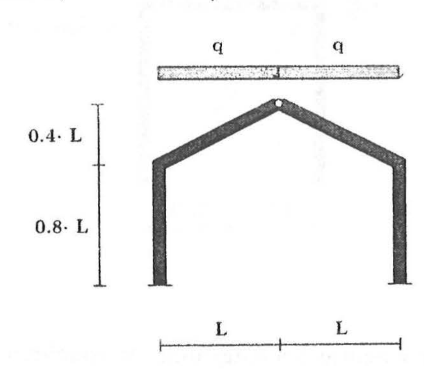
Gráficas acotadas de solicitaciones (M, V, N). Para evitar el posible encadenamiento de errores, se tomarán como válidos los giros y movimientos que se indican

$$\mathbf{u} = [\theta, u, v]^t = \frac{L^2 \cdot P}{EI} \begin{bmatrix} -0.04780 \\ -0.01819 \cdot L \\ 0.05874 \cdot L \end{bmatrix}$$

Ejercicio 12.10

Escribir las ecuaciones de equilibrio, las de compatibilidad y las constitutivas para la estructura representada en la figura.

Datos: q=35 kN/m; a=(4+X/9)m; sección constante; EA=100·EI/L^2.



Gráficas acotadas de solicitaciones (M, V, N). Para evitar el posible encadenamiento de errores, se tomarán como válidos los giros y movimientos que se indican

$$\mathbf{u} = [\theta, u, v]^t = \frac{L^2 \cdot P}{EI} \begin{bmatrix} -0.01580 \\ -0.01926 \cdot L \\ 0.06690 \cdot L \end{bmatrix}$$

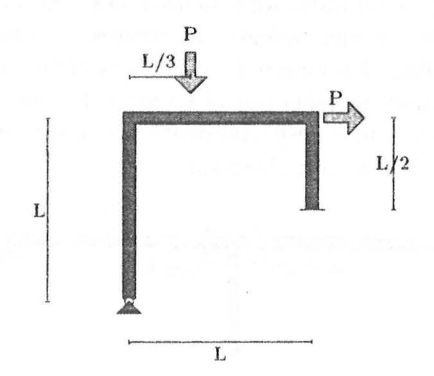
Ejercicio 12.11

Para el pórtico de la figura, se pide:

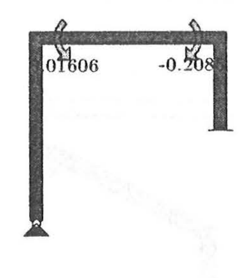
Desarrollo del análisis elástico indistintamente por el método de compatibilidad o por el método de la rigidez, debiendo escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

Dibujar la deformada final de forma que se aprecien los sentidos de los movimientos finales de los nudos y el signo de las curvaturas en los diferentes intervalos de las barras.

Datos: P=(100+Y)kN; L=(5+Y/9)m; sección constante.



Gráficas acotadas de solicitaciones. Para evitar el posible encadenamiento de errores, se tomarán como válidos los momentos de los extremos de las barras (multiplicadas por el factor P·L) que se indican. Se evaluará especialmente el carácter equilibrado de la solución obtenida.



Ejercicio 12.12

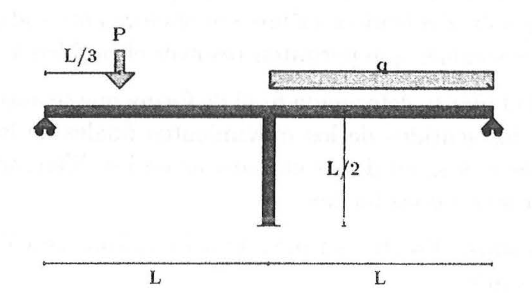
Para el pórtico de la figura, se pide:

Desarrollo del análisis elástico indistintamente por el método de compatibilidad o por el método de la rigidez, debiendo escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

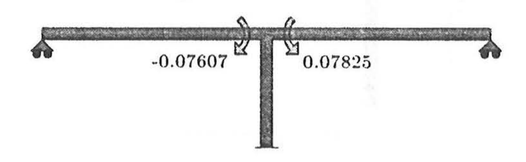
Dibujar la deformada final de forma que se aprecien los sentidos de los movimientos finales de los

nudos y el signo de las curvaturas en los diferentes intervalos de las barras.

Datos: P=(100+Y)kN; L=(5+Y/9)m; q=P/L; sección constante.



Gráficas acotadas de solicitaciones. Para evitar el posible encadenamiento de errores, se tomarán como válidos los momentos de los extremos de las barras (multiplicadas por el factor P·L) que se indican. Se evaluará especialmente el carácter equilibrado de la solución obtenida.

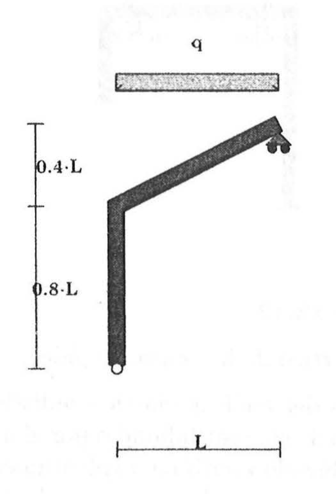


Ejercicio 12.13

Para el pórtico isostático de la figura, se pide:

Obtener los movimientos y giros de los nudos mediante el método de equilibrio. Diagramas acotados de momentos flectores (M en kNm), esfuerzos cortantes (V en kN) y axiles (N en kN).

Datos: L=5+(X/9) m, q=35 kN/m, EI=cte.

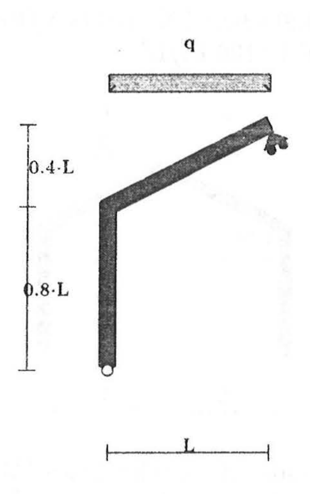


Ejercicio 12.14

Para el pórtico isostático de la figura, se pide:

Obtener los movimientos y giros de los nudos mediante el método de equilibrio. Diagramas acotados de momentos flectores (M en kNm), esfuerzos cortantes (V en kN) y axiles (N en kN).

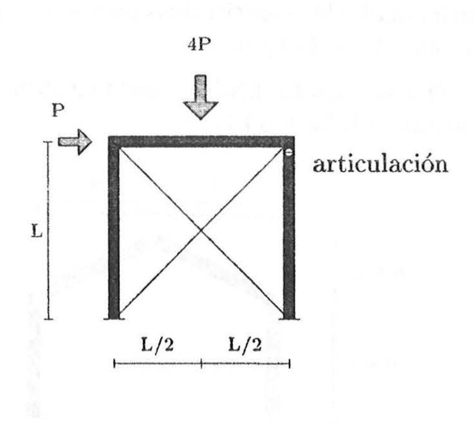
Datos: L=5+(X/9) m, q=35 kN/m, EI=cte.



Ejercicio 12.15

Resumir el desarrollo del análisis elástico del pórtico de la figura

L=5+(X/9)m, P=25+X kN, EI=cte, EA_{cable}=10·(X+1)· EI/L^2

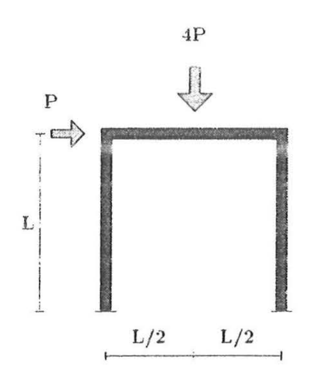


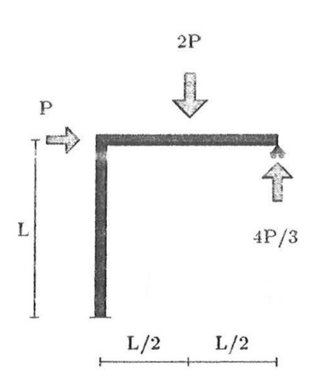
Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, en kN·m; V en kN; N en kN). Verificar el equilibrio de momentos y fuerzas de los nudos

Ejercicio 12.16

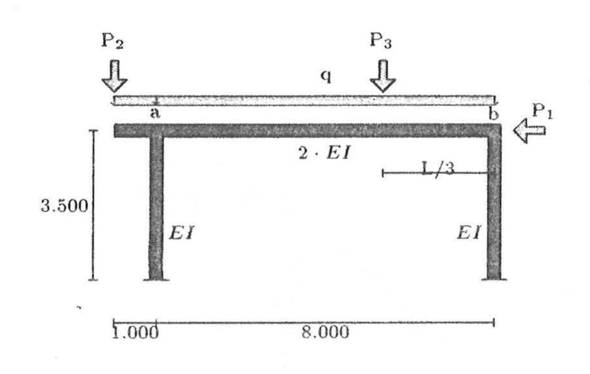
Resumir el desarrollo del análisis elástico de los pórticos de las figuras

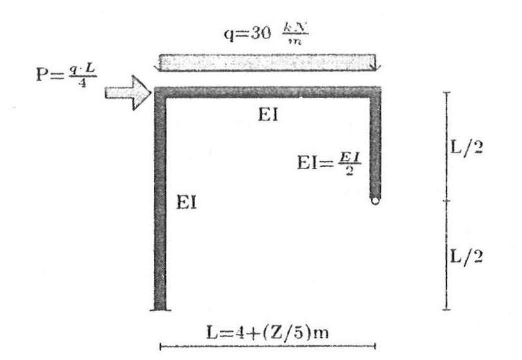
Datos: L=5+(X/9) m, P=25+X kN, EI=cte





$P_1=(20+X/2)$ kN; $P_2=5 \cdot P_1$; $P_3=10 \cdot P_1$; $q=(40+X)$kN/m.





Ejercicio 12.17

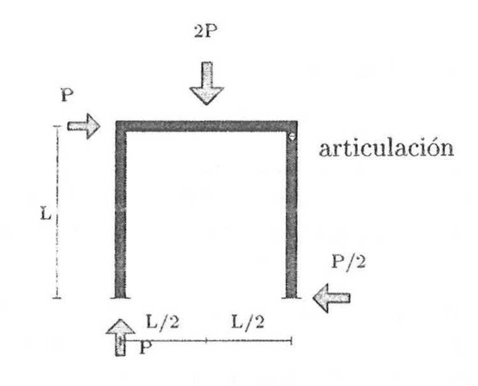
Representar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, en kNm; V, en kN; N, en kN) del pórtico hiperestático de la figura, conociendo el valor de la reacción en el apoyo derecho.

L=5+(X/4) m, P=20+Y kN

Ejercicio 12.18

Dibujar y acotar los diagramas de M, V y N del pórtico de la figura.

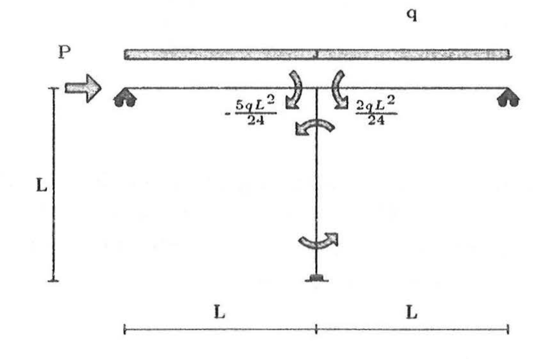
L=5+(Y/4) m; P=20+Z kN.



Ejercicio 12.19

Representar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, en kN·m; V en kN; N en kN) del pórtico de la figura conociendo los momentos de extremo de barra siguientes:

L=5+(X/4) m ; q=20+Y kN/m ; P=qL/4 ; sección constante.



Capítulo 13

Cálculo plástico de pórticos arriostrados

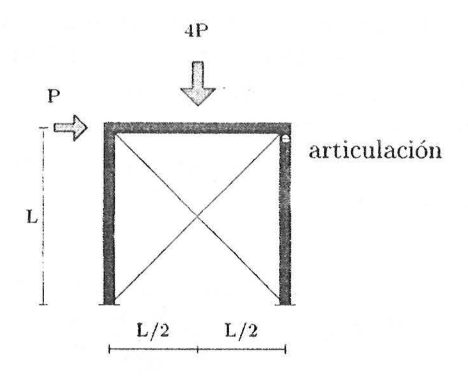
Ejercicio 13.1

Para el pórtico de la figura, se pide:

Desarrollo del análisis plástico indistintamente por el método estático o cinemático, debiendo escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

Dibujar el mecanismo o mecanismos de colapso, indicando las posiciones de las rótulas plásticas y el sentido de rotación de las mismas.

Datos: L=5+(X/9) m, P=25+X kN, M_p=cte.

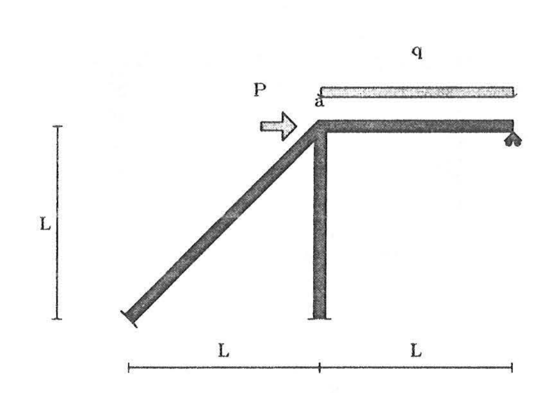


Dibujar y acotar el/un diagrama de flectores de colapso (M, en kNm), y los correspondientes de esfuerzos axiles (N, en kN) y cortantes (V, en kN). Verificar el equilibrio de los nudos.

Ejercicio 13.2

Resumir el desarrollo del análisis plástico del pórtico de la figura

L=5+(Y/4) m; q=20+Z kN/m; P=q·L/4; sección constante.

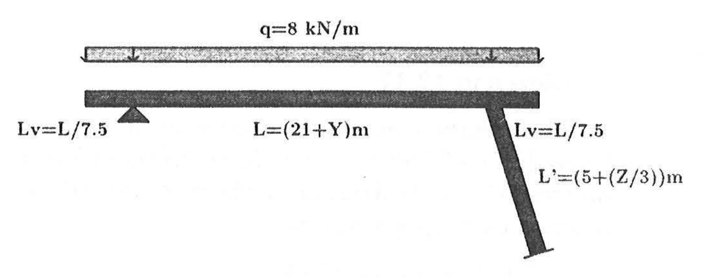


Dibujar y acotar el/un diagrama de flectores de colapso (M, en kNm), y los correspondientes de esfuerzos axiles (N, en kN) y cortantes (V, en kN). Verificar el equilibrio de los nudos.

Ejercicio 13.3

Se analiza el pórtico representado en la figura por el método estático o cinemático

Datos: $M_{p,viga}=3\cdot M_{p,soporte}$



Dibujar y acotar el/un diagrama de flectores de colapso (M, en kNm), y los correspondientes de esfuerzos axiles (N, en kN) y cortantes (V, en kN). Verificar el equilibrio de los nudos.

Capítulo 14

Cálculo plástico de pórticos desplazables sencillos

Ejercicio 14.1

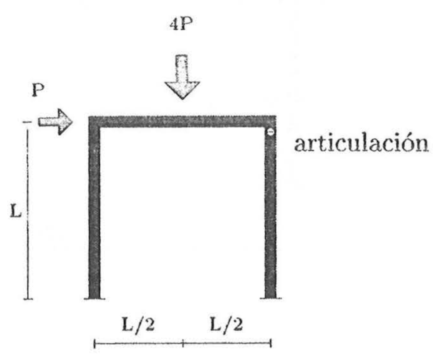
Para el pórtico de la figura, se pide:

Desarrollo del análisis plástico indistintamente por el método estático o cinemático, debiendo escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

Dibujar el mecanismo o mecanismos de colapso, indicando las posiciones de las rótulas plásticas y el sentido de rotación de las mismas.

Dibujar el/un diagrama de flectores de colapso y los correspondientes de esfuerzos cortantes y axiles.

Datos: L=5+(X/9) m, P=25+X kN, $M_{p,viga}=2 \cdot M_{p.soporte}$.



Ejercicio 14.2

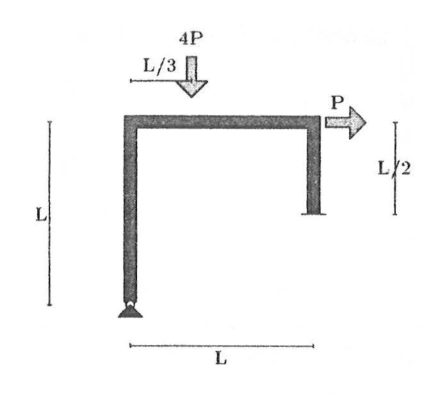
Para el pórtico de la figura, se pide:

Desarrollo del análisis plástico indistintamente por el método estático o cinemático, debiendo escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

Dibujar el mecanismo o mecanismos de colapso, indicando las posiciones de las rótulas plásticas y el sentido de rotación de las mismas.

Dibujar el/un diagrama de flectores de colapso y los correspondientes de esfuerzos cortantes y axiles.

Datos: L=5+(X/9) m, P=25+X kN, $M_{p,viga}=1.75 \cdot M_{p,soporte}$.

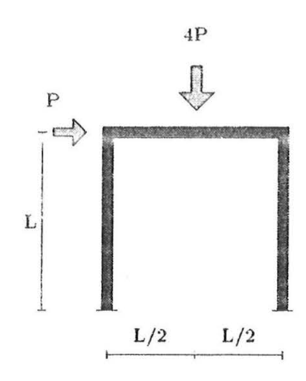


Ejercicio 14.3

Para el pórtico de la figura, se pide:

Desarrollo del análisis plástico indistintamente por el método estático o cinemático, debiendo escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

Dibujar el mecanismo o mecanismos de colapso, indicando las posiciones de las rótulas plásticas y el sentido de rotación de las mismas.



Dibujar y acotar el/un diagrama de flectores de colapso (M, en kNm), y los correspondientes de esfuerzos axiles (N, en kN) y cortantes (V, en kN). Verificar el equilibrio de los nudos.

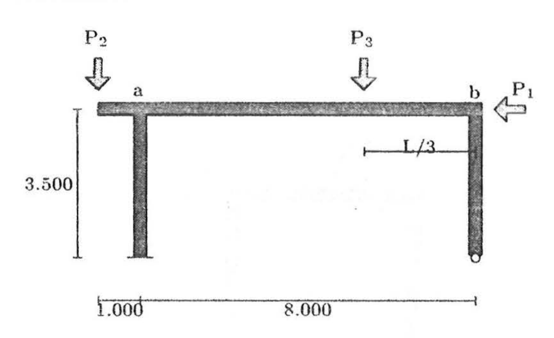
Desarrollo del análisis elástico, debiendo escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

Diagrama de momentos flectores (M, en kNm)

Ejercicio 14.4

Resumir el desarrollo del análisis plástico del pórtico de la figura

$P_1=(20+X/2)$ kN; $P_2=5 \cdot P_1$; $P_3=10 \cdot P_1$; Sección constante.

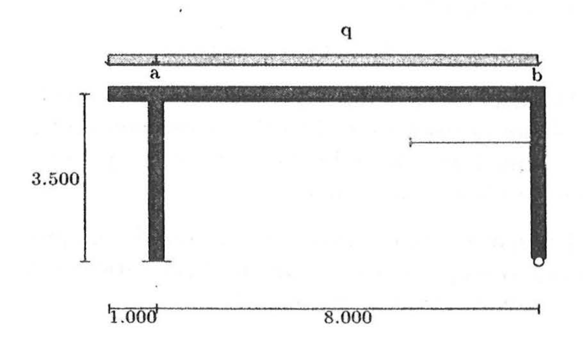


Dibujar y acotar el/un diagrama de flectores de colapso (M, en kNm), y los correspondientes de esfuerzos axiles (N, en kN) y cortantes (V, en kN). Verificar el equilibrio de los nudos.

Ejercicio 14.5

Ídem para el pórtico representado en la figura:

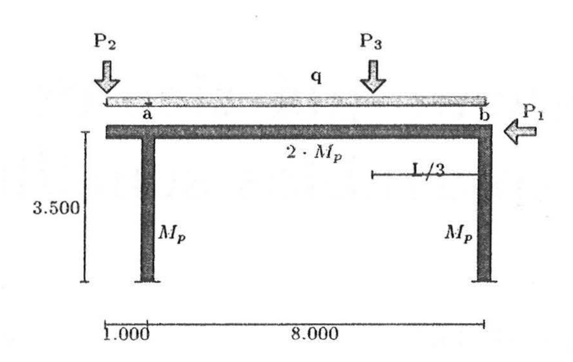
$q=(40+X)$kN/m; (HEB 300)



Ejercicio 14.6

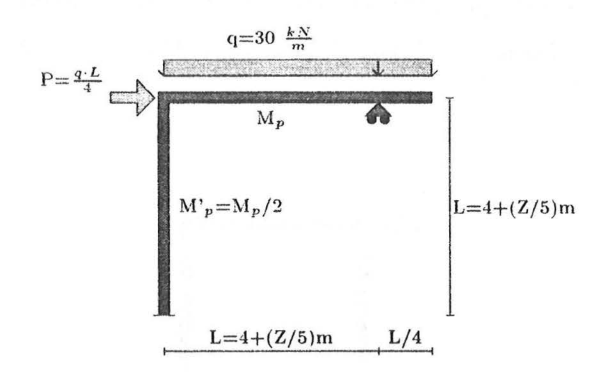
Resumir el desarrollo del análisis plástico del pórtico de la figura

$P_1=(20+X/2)$ kN; $P_2=5 \cdot P_1$; $P_3=10 \cdot P_1$; $q=(40+X)$kN/m.



Ejercicio 14.7

Desarrollo del análisis plástico indistintamente por el método estático o cinemático, debiendo escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

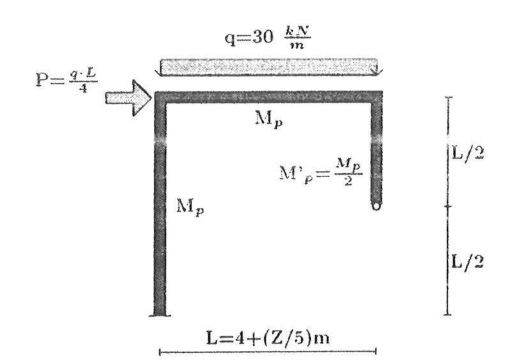


Mecanismo de colapso para las relaciones de M_p indicadas en la figura.

Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, V, N)

Ejercicio 14.8

Resumir el desarrollo del análisis plástico del pórtico de la figura



Mecanismo de colapso para las relaciones de M_p indicadas en la figura.

Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, V, N)

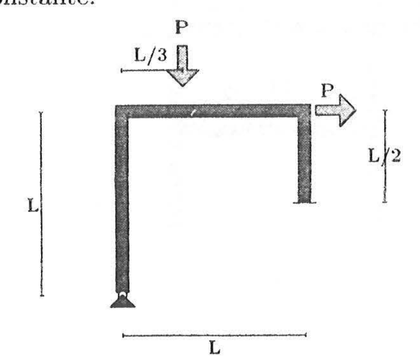
Ejercicio 14.9

Para el pórtico de la figura, se pide:

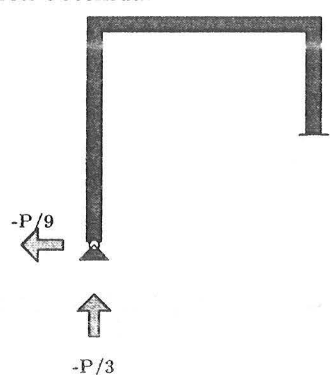
Desarrollo del análisis plástico indistintamente por el método estático o cinemático, debiendo escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

Dibujar el mecanismo o mecanismos de colapso, indicando las posiciones de las rótulas plásticas y el sentido de rotación de las mismas.

Datos: P=(100+Y)kN; L=(5+Y/9)m; sección constante.



Gráficas acotadas de solicitaciones. Para evitar el posible encadenamiento de errores, se tomarán como válidas las reacciones que se indican. Se evaluará especialmente el carácter equilibrado de la solución obtenida.



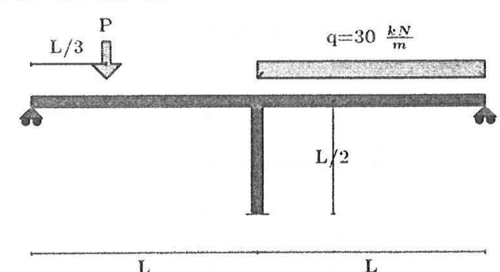
Ejercicio 14.10

Para el pórtico de la figura, se pide:

Desarrollo del análisis plástico indistintamente por el método estático o cinemático, debiendo escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

Dibujar el mecanismo o mecanismos de colapso, indicando las posiciones de las rótulas plásticas y el sentido de rotación de las mismas.

Datos: P=(100+Y)kN; L=(5+Y/9)m; q=P/L; sección constante.



Gráficas acotadas de solicitaciones. Para evitar el posible encadenamiento de errores, se tomarán como válidas las reacciones que se indican. Se evaluará especialmente el carácter equilibrado de la solución obtenida.



Capítulo 15

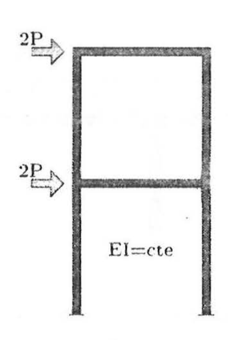
Pórticos ortogonales de varias plantas.

Ejercicio 15.1

Para el pórtico de la figura, se pide:

Diagramas acotados de momentos flectores (M en kNm), esfuerzos cortantes (V en kN) y axiles (N en kN).

Datos: L=5+(X/9) m, P=10+X/8 kN, EI=cte.

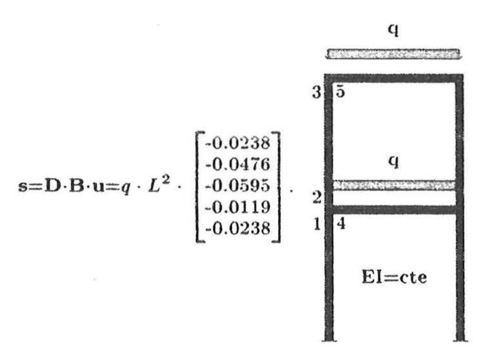


Ejercicio 15.2

Para el pórtico de la figura, se pide:

Diagramas acotados de momentos flectores (M en kNm), esfuerzos cortantes (V en kN) y axiles (N en kN).

Datos: L=5+(X/9) m, q=35+X/4 kN/m, EI=cte.



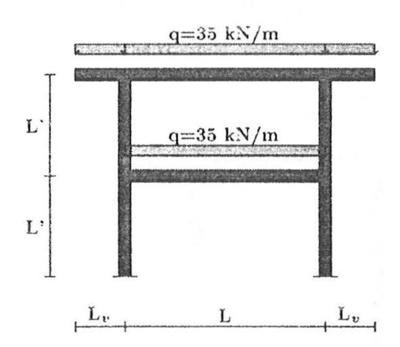
Ejercicio 15.3

Dibujar los diagramas de solicitaciones para la combinación de las dos hipótesis analizadas.

Ejercicio 15.4

Se analiza el pórtico representado en la figura por el método de equilibrio.

Datos: EI_v=100000 kNm^2. EI_s=50000 kNm^2. L=6+(X/9)m. L_v=L/4. L'=L/2.



Se pide:

Valor y signo de los giros de los nudos. Vector de movimientos nodales (**u**).

Momentos totales en los extremos de las barras.

Dibujar y acotar los diagramas de axiles (N, en kN), cortantes (V, en kN) y flectores (M, en kNm). Verificar el equilibrio de los nudos.

Ejercicio 15.5

Repetir el ejercicio anterior para las acciones horizontales consideradas en el primero.

Capítulo 16

Análisis de edificios

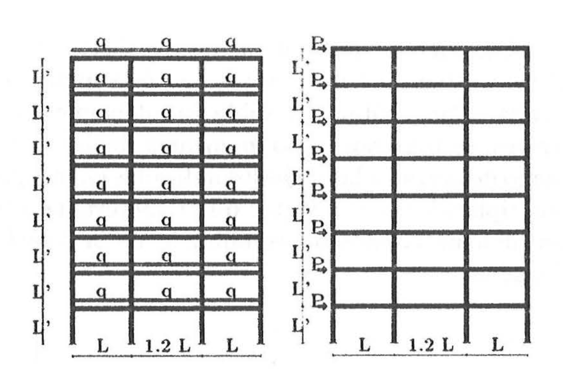
Ejercicio 16.1

Analizar una subestructura de planta del pórtico representado en la figura por el método de equilibrio, para las acciones indicadas. Deben escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

Dibujar la deformada de forma que se aprecien los sentidos de los movimientos finales de los nudos y el signo de las curvaturas en los diferentes intervalos de las barras.

sección vigas:	b=0.600 m, h=0.300 m
sección sop.:	b'= 0.250 m h'=0.450 m
	b'= 0.350 m h'=0.450 m
	b'= 0.450 m h'=0.450 m

Cargas verticales: 35 kN/m; Cargas horizontales: ± 40kN (sismo); L=5+(X/9) m; L'=3+(X/18)m; E=2.9E7 kN/m^2.



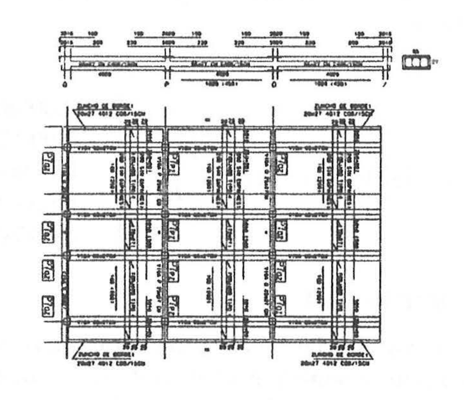
Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, en kN·m; V en kN; N en kN) del pórtico para las dos acciones consideradas.

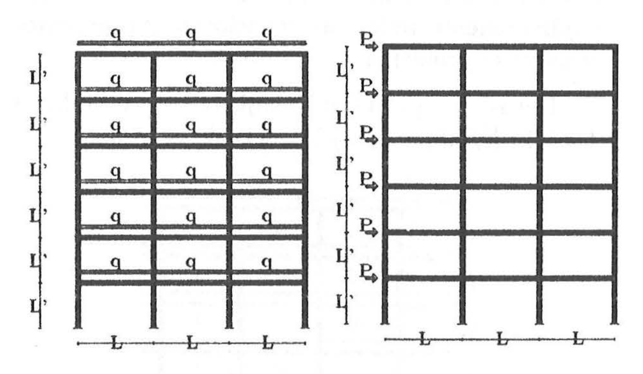
Ejercicio 16.2

Analizar una subestructura de planta del pórtico representado en la figura indistintamente por el método de equilibrio o por el método de la compatibilidad, para las acciones indicadas. Deben escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

sección vigas:	b=0.600 m, h=0.300 m
sección sop.:	b'= 0.250 m h'=0.450 m
	b'= 0.300 m h'=0.450 m
	b'= 0.350 m h'=0.450 m

Cargas verticales: 35 kN/m; Cargas horizontales: ± 40kN (sismo); L=5+(X/9) m; L'=3+(X/18)m; E=2.9E7 kN/m^2.





Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, en kN·m; V en kN; N en kN) del pórtico para las dos acciones consideradas.

Ejercicio 16.3

Analizar la subestructura de la planta recuadrada, indistintamente por el método de compatibilidad o por el método de la rigidez. Deben escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

Datos: q=35·(1+(X/30))kN/m; P=q·L/20; L=5·(1+(X/30))m; H=2/3·L; sección constante.

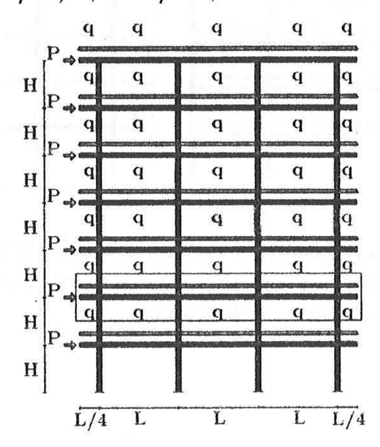
Diagramas acotados de momentos flectores (M, kNm) y esfuerzos cortantes (V, kN) de la planta indicada únicamente para la acción gravitatoria. Para evitar el posible encadenamiento de errores, se tomarán como válidos los giros de los nudos que se indican:

$$u = [\theta_1, \theta_2, 0, -\theta_2, -\theta_1]^t = \frac{q \cdot L^3}{EI} \begin{bmatrix} -0.003815 \\ 0.000293 \\ 0.000000 \\ -0.000293 \\ 0.003815 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 16.4

Analizar la subestructura de la planta recuadrada, indistintamente por el método de compatibilidad o por el método de la rigidez. Deben escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

Datos: q=35·(1+X/30)kN/m; P=q·L/20; L=5(1+X/30)m; H=2/3·L; sección constante.



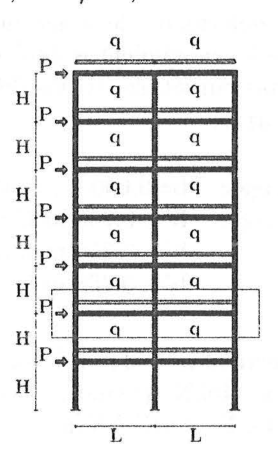
Diagramas acotados de momentos flectores (M, kNm) y esfuerzos cortantes (V, kN) de la planta indicada únicamente para la acción gravitatoria. Para evitar el posible encadenamiento de errores, se tomarán como válidos los giros de los nudos que se indican:

$$u = [\theta_1, \theta_2, -\theta_2, -\theta_1]^t = \frac{q \cdot L^3}{EI} \begin{bmatrix} -0.002385 \\ 0.000199 \\ -0.000199 \\ 0.002385 \end{bmatrix}$$

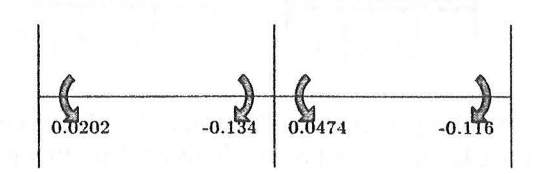
Ejercicio 16.5

Analizar la subestructura de la planta recuadrada, indistintamente por el método de compatibilidad o por el método de la rigidez. Deben escribirse explicitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

Datos: q=(35+X/3)kN/m; P=q·L/20; L=(5+Y/9)m; H=2/3·L; sección constante.



Diagramas acotados de momentos flectores (M, kNm) y esfuerzos cortantes (V, kN) de la planta indicada. Para evitar el posible encadenamiento de errores, se tomarán como momentos finales de extremo de barra en las vigas los indicados en la figura (multiplicados por el factor q·L^2). Se evaluará especialmente el carácter equilibrado de la solución obtenida.



Capítulo 17

Emparrillados

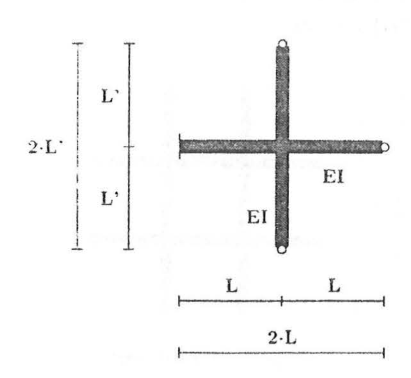
Ejercicio 17.1

Para el emparrillado de la figura, se pide:

Desarrollo del análisis elástico indistintamente por el método de compatibilidad o por el método de la rigidez. Deben escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

Dibujar la deformada final de cada una de las vigas, de forma que se aprecien los sentidos de los movimientos finales de los nudos y el signo de las curvaturas en los diferentes intervalos de las barras.

Datos: q=10·(1+Y/18)kN/m (en ambas direcciones); L=L'=3·(1+Y/18)m; sección constante.



Gráficas acotadas de solicitaciones (M, V). Para evitar el posible encadenamiento de errores, se tomarán los siguientes valores: descenso del nudo central v= 0.1214· L^4· q/EI mm, giro no nulo del nudo central θ=-0.05797·L^3·q/EI rad. Se evaluará especialmente el carácter equilibrado de la solución obtenida.

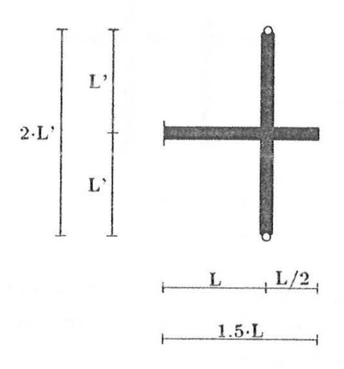
Ejercicio 17.2

Para el emparrillado de la figura, se pide:

Desarrollo del análisis elástico indistintamente por el método de compatibilidad o por el método de la rigidez. Deben escribirse explícitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

Dibujar la deformada final de cada una de las vigas, de forma que se aprecien los sentidos de los movimientos finales de los nudos y el signo de las curvaturas en los diferentes intervalos de las barras.

Datos: q=10·(1+Y/18)kN/m (en ambas direcciones); L=L'=3·(1+Y/18)m; sección constante.



Gráficas acotadas de solicitaciones (M, V). Para evitar el posible encadenamiento de errores, se tomarán los siguientes valores: descenso del nudo central v=0.2569·L^4·q/EI mm, giro no nulo del nudo central θ= -0.3958·L^3·q/EI rad. Se evaluará especialmente el carácter equilibrado de la solución obtenida.

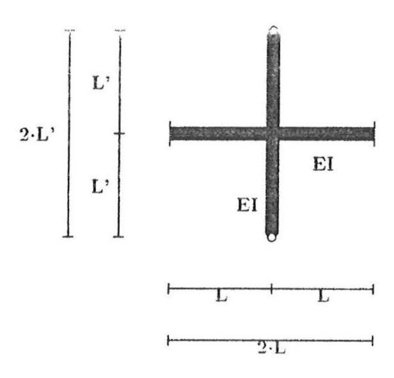
Ejercicio 17.3

Para el emparrillado de la figura, se pide:

Desarrollo del análisis elástico indistintamente por el método de compatibilidad o por el método de la rigidez. Deben escribirse explicitamente todas las ecuaciones que permiten resolver el problema.

Dibujar la deformada final de cada una de las vigas, de forma que se aprecien los sentidos de los movimientos finales de los nudos y el signo de las curvaturas en los diferentes intervalos de las barras.

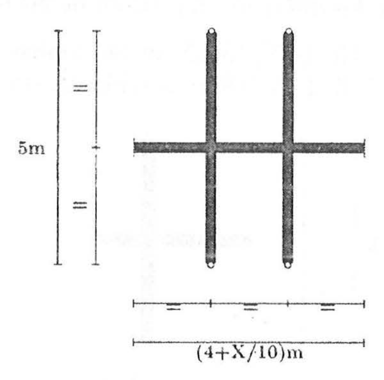
Datos: q=(10+Y/18)kN/m (en ambas direcciones); L=L'=(3+Y/18)m; sección constante.



Gráficas acotadas de solicitaciones.

Ejercicio 17.4

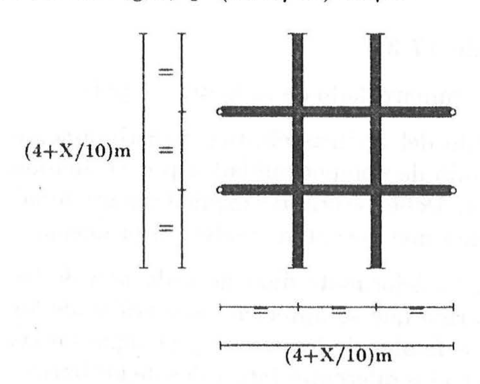
Analizar el emparrillado representado en la figura por el método de compatibilidad o el de la rigidez. Se considera la sección de todos los elementos constante e igual carga por unidad de longitud en todas las vigas, q=(8+X/10) kN/m



Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, en kN·m; V en kN) para cada uno de los elementos del emparrillado.

Ejercicio 17.5

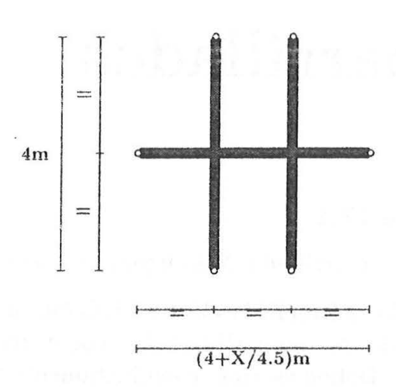
Analizar el emparrillado representado en la figura por el método de compatibilidad o el de la rigidez. Se considera la sección de todos los elementos constante e igual carga por unidad de longitud en todas las vigas, q=(8+X/10) kN/m



Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, en kN·m; V en kN) para cada uno de los elementos del emparrillado.

Ejercicio 17.6

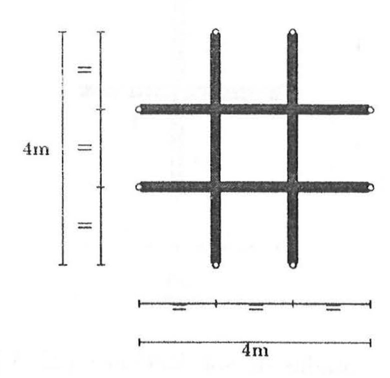
Analizar el emparrillado representado en la figura por el método de la rigidez. Se considera la sección de todos los elementos constante e igual carga por unidad de longitud en todas las vigas, q=(8+4/15·X) kN/m



Dibujar y acotar los diagramas de solicitaciones (M, en kN·m; V en kN) para cada uno de los elementos del emparrillado.

Ejercicio 17.7

Analizar el emparrillado representado en la figura por el método de la rigidez. Se considera la sección de todos los elementos constante e igual carga por unidad de longitud en todas las vigas, q=(6.5+(X/9)) kN/m



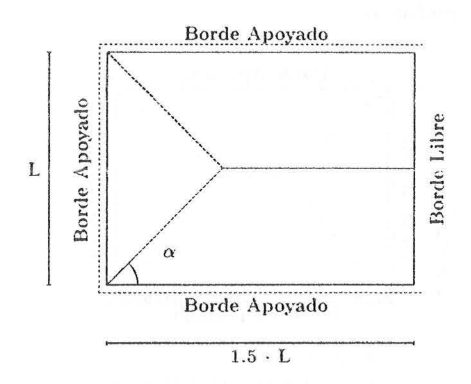
Capítulo 18

Placas: análisis por líneas de rotura

Ejercicio 18.1

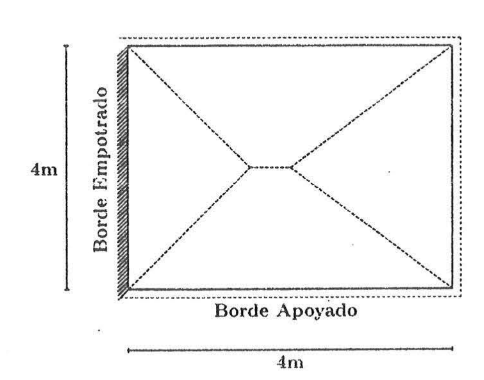
Determinar el momento plástico de la placa de la figura. Se analizará el mecanismo de colapso propuesto por el método cinemático adoptando $\alpha = (30 + 2 \cdot X)^o$

Datos: q=(10+(X/9)) kN/m^2; L=(5+X/9)m; sección constante.



Ejercicio 18.2

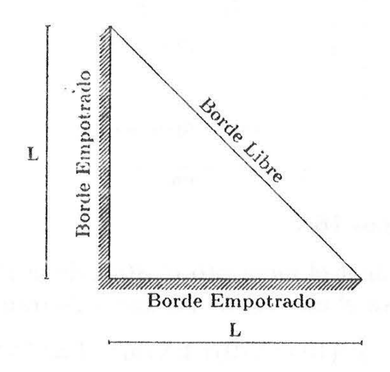
Obtener el valor del momento plástico de la placa de la figura, por el método de las líneas de rotura, para la carga q=(10+(X/9)) kN/m^2 y la configuración de rotura indicada (Se supone igual el momento plástico positivo y negativo)



Ejercicio 18.3

Cálculo de la placa representada aplicando el método de las lineas de rotura.

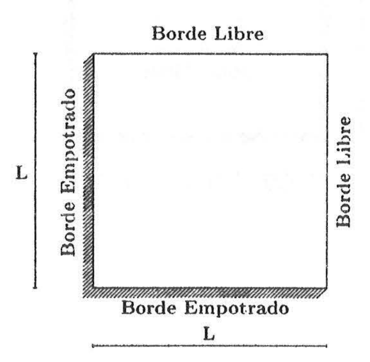
Datos: L=5+(Y/4) m, q=20+Y kN/m^2, sección constante.



Ejercicio 18.4

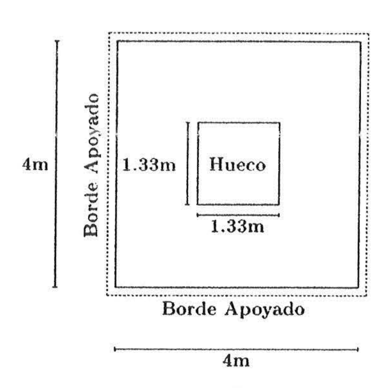
Cálculo de la placa representada aplicando el método de las lineas de rotura.

Datos: L=5+(Y/4) m, q=20+Y kN/m^2, sección constante.



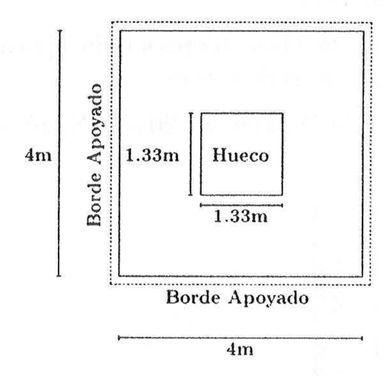
Ejercicio 18.5

Obtener el valor del momento plástico de la placa de la figura, por el método de las líneas de rotura, para la carga q=(10+(X/9)) kN/m^2



Ejercicio 18.6

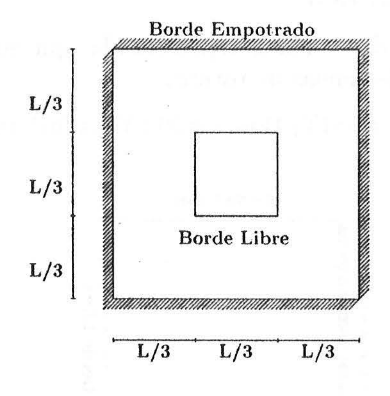
Obtener el valor del momento plástico de la placa de la figura, por el método de las líneas de rotura, para la carga lineal q=(7+(X/9)) kN/m, situada en el borde del hueco de la placa.



Ejercicio 18.7

Determinar el momento plástico de la placa de la figura por el método de las líneas de rotura.

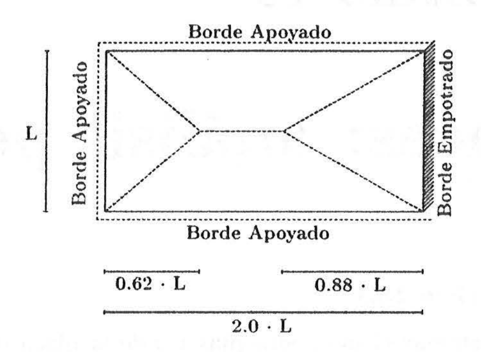
Datos: q=(10+(X/9)) kN/m^2; L=(5+X/9)m; sección constante.



Ejercicio 18.8

Determinar el momento plástico de la placa de la figura. Se analizará el mecanismo de colapso propuesto por el método cinemático

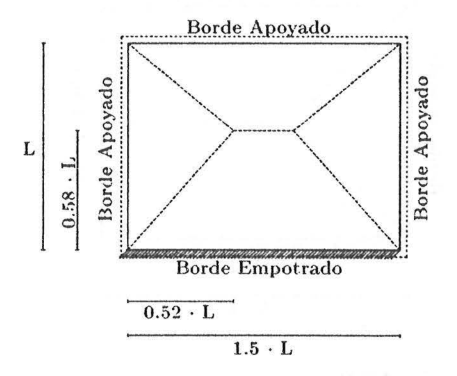
Datos: q=10·(1+(X/9)) kN/m^2; L=5·(1+(X/9))m; sección constante.



Ejercicio 18.9

Determinar el momento plástico de la placa de la figura. Se analizará el mecanismo de colapso propuesto por el método cinemático.

Datos: q=10·(1+(X/9)) kN/m^2; L=5·(1+(X/9))m; sección constante.



Índice General

NOTAS

NOTAS

NOTAS

CUADERNO

113.01

CATÁLOGO Y PEDIDOS EN
http://www.aq.upm.es/of/jherrera
jherrera@aq.upm.es

